

ICT機器を補助とし具体物に重きをおいた実践研究

～新「数学A」・旧「数学B」の座標空間にて～

神奈川県立城郷高等学校(再任用) 石谷 優行

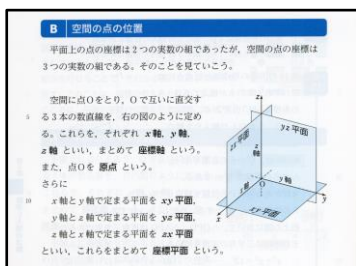
1. 長年の研究の目的

約四半世紀以上に渡り、コンピュータ(含むICT)を高校の数学の授業にどう活用するかという研究を行ってきた。そして関数的な領域に活用する場合と図形的な領域に活用する場合では、授業展開や注意すべき点が異なることに気づいた。

ここ数年来、主に図形的な領域に活用する授業に焦点を当てている。「黒板での授業」、「ICT機器の表示や操作」そして「具体物」を通して生徒たちがそれらを直感的にとらえ、数学が本来持つ「おもしろさ」、「不思議さ」、「美しさ」から能動的(アクティブ)に考え、その先を探究するようになるか、授業デザインの構築を目的としている。

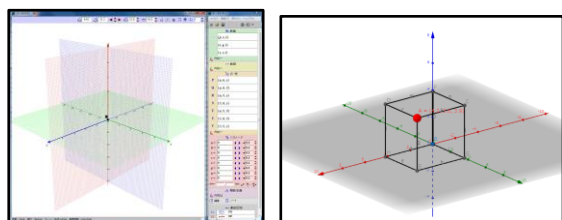
2. 今回の発表のポイント(「座標空間」)

今年度から高等学校でも、新学習指導要領が実施された。しかし実施の形が「学年進行」ということで、今年度は、新「数学A」(1年生)と旧「数学B」(2年生)で「座標空間」を扱うこととなる。



▲新「数学A」の「数学と人間の活動」より

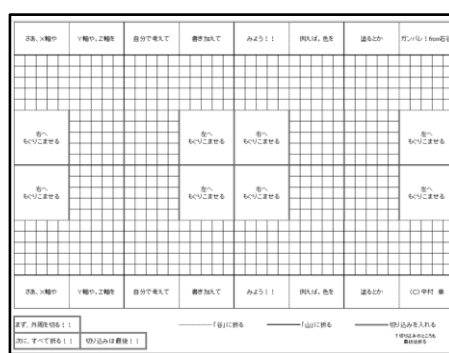
この場面の授業において、生徒たちに空間イメージを持ってもらおうと「3D-GRAPES」や「GeoGebra」等を用いる先生方が多いことと思う。



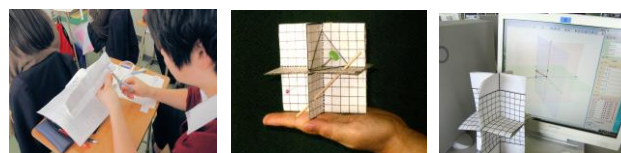
これらのソフトを教室で一斉提示したり、時間に余裕があれば、生徒各自のスマホなどを利用し、操作してもらおう授業展開かと考える。

さて筆者は、8年前の2014年、第96回日本

数学教育学会全国大会(島根大会)において「ICTだけでなくアナログ要素を加えた実践～「現物」を加えることでICT活用の意味を鮮明に～」というタイトルで発表を行った。この「座標空間」に関して生徒各自に手作りで立体模型を作ってもらい、それをコンピュータ(ICT)で見た画面との比較から考察していく実践である。



▲もともとなる用紙(生徒配付はA4サイズ)



▲手を使う「数学的活動」を通して考察する

発表当日は、生徒たちが書いてくれた感動的な感想などから、先生方のご意見をいただきたい。

3. おわりに(「具体物」の有用性)

筆者は昨年度の全国大会において「立体の切断面」や「数列」そして「空間ベクトルの平行六面体」について「具体物」を生徒たちに提示するという形の発表を行った。生徒たちが実際に「具体物」に触れ(コンピュータ(ICT)以外で)手を動かすことで意外な発見をする。「具体物」を用いる実践は生徒たちにとって有用性の高いものである。

4. 参考・引用文献

[1]新編「数学A」数A/714 数研出版(2022)P.146

[2]西三数学サークル(2010),「みえる数学1 手作りの教具・教材」, 星の環会 P.99

拙ホームページ <https://www.ishitani.com/>

2014年,日数教全国大会当日配付資料

今回の発表は、内容が2014年度のもの、
ほぼ同じですので、以下、そのときの「当
日配付資料」をご覧ください。

ICTだけでなくアナログ要素を加えた実践 ～「現物」を加えることでICT活用の意味を鮮明に～

神奈川県立横浜平沼高等学校 石谷優行

1. 発表にあたって

2009年は京都大会にて、「重心 その面白さ 美しさ～特に凹四角形の具体物(ブーメラン)を用いて～」

2010年は新潟大会にて、「コンピュータ等(iPad, iPod touchも含め)を活用した図形領域授業の実践～数学Bベクトルに焦点をあてて～」

2011年は地元神奈川にて、「コンピュータ等(iPad, iPod touchも含め)を活用した図形領域授業の実践～数学Bベクトルや、数学A平面図形に焦点をあてて～」

2012年は福岡大会にて、「コンピュータ等(iPad, iPod touchも含め)を活用した図形領域授業の実践～平面図形やベクトルに「おりがみ」を導入して～」

2013年は山梨大会にて、「コンピュータ等を活用した図形領域授業の実践～平面図形やベクトルに「折り紙」を導入して～」と、ここ何年か、図形領域に関する発表を連続して行っている。

(これまでの「当日配付資料」は

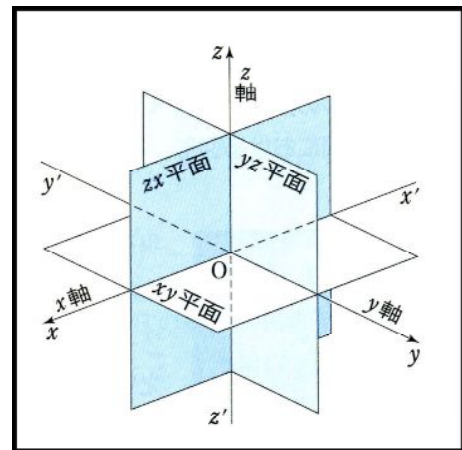
<http://www.ishitani.com>のトップページから

たどってください。全て読むことができます。)

さて、数学科教員が教科「情報」の担当者となり、数学を十分に持てないケースが多くあるが筆者もそのひとりである。今年度、筆者は新課程では初となる数学Aを担当する機会を得た。しかしながら今回の研究発表は、昨年度担当していた数学Bに関する実践である。さてここへ来て「ICTの活用」ということが多く話題に上ることが多い。筆者の勤務する神奈川県でもタブレットPCやiPadなどを配備して「さあ活用しましょう」と声がかかる。しかし配備はされても「どう使ったら良いか」を考えるには、それこそ教師の側に使う意欲がなければならない。意欲を湧かせるには使うメリットを実感していなければならないであろう。さらに詳しくは、本稿の最後のところで述べることとする。

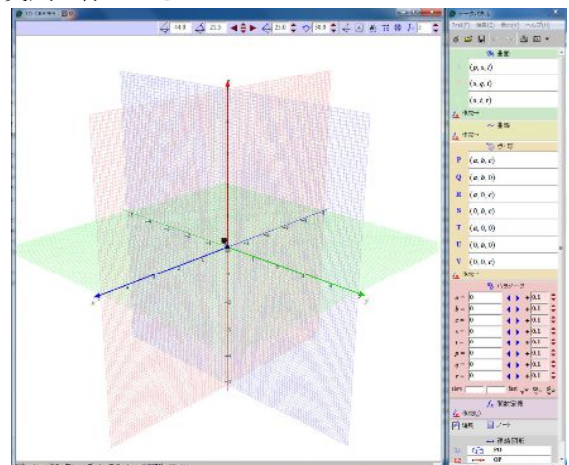
2. アナログ的要素との出会い

今年で教師生活も33年目となるが、いつも空間ベクトルに入るという最初の日、なかなかイメージを湧かせづらいこの単元をどのように授業展開をしていくか、常に考察してきた。本校で使用している数学Bの教科書は数研309である。教科書には、 x 軸、 y 軸、 z 軸の座標軸、そして xy 平面、 yz 平面、 zx 平面の座標平面の説明があり、座標空間の図が載っている。



▲図01 数研、数学B309 P. 48より

そしてこのあと、軸や平面に関して対称な点を求める問題が続くところである。筆者は以前より、この場面では、大阪教育大附属高校池田校舎、友田勝久先生が作られた「3D-GRAPES」を生徒たちに見せる実践を行ってきた。



▲図02 3D-GRAPESによる空間座標

事前に生徒たちには、ハサミとりのりを持ってこよう指示しておいた。

そして完成した生徒たちには、自分たちでx軸、y軸、z軸を決めさせ「xy平面」などを描かせた。



▲図07 組み立ては、おもしろい

そしてこのあと、さきほどの頭の中だけで考えたものを、これを使って考えてみよう指示した。



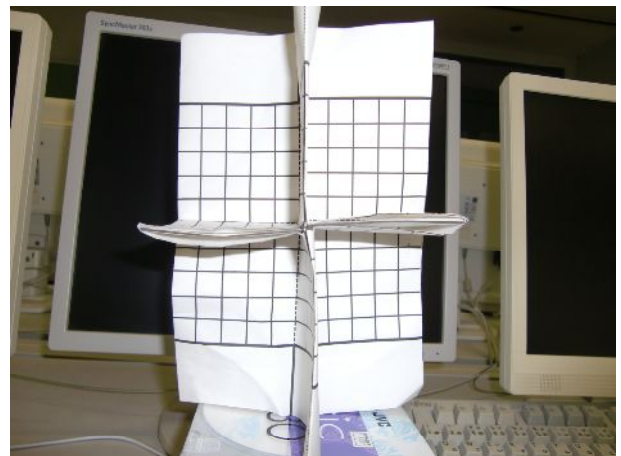
▲図08 シャープペンの先で座標を追う

例えば「数学B 数研の309」のP. 49の間2には「点(2, 4, 3)に対して、次の座標を求めよ。(1)xy平面に関して対称な点A (2)x軸に関して対称な点B (3)原点に関して対称な点C」という問題がある。これなども通常の授業では、必死に頭の中で考えたりノートの上(いわゆる平面)に図を描いたりして考えていく。平面ベクトルのところでは容易に考えが浮かぶ生徒たちも、こと空間となると正解率が落ちる経験を持つのは私だけではないと考える。さて、ここの授業を終える段階での生徒の感想である。

- ・数学はイヤだが図画工作は楽しかった。図画工作と数学がつながっているとは意外だった。
- ・小学生のような気分がした。楽しかった。

- ・これがあるとよくわかる。
- ・最初どう作るのがよくわからなかったが慣れてきたら簡単だった。
- ・へえーという感じ。教科書の図(筆者注:本紙図01)がそのまま現れた。
- ・とにかくこれがあればわかりやすい。
- ・手の中におさまるところがいい。
- ・クルクルと回転させて考えられる。
- ・テスト持ち込みOKにしてほしい。

とにかく手を使ってものを作り、それが形として残るといことは我々大人にとっても大きな意味があることである。まして生徒たちは数学の授業中ということもあり感激していた。また、これまでどおり手作業の際、生徒たちから「ここはどうなっているんだう。」とか「これはこう考えればいいのかな。」といった会話が生まれ「言語活動」が発生した。筆者は生徒たちにx軸、y軸、z軸を決めさせ「xy平面」などを描かせたが、どの軸も位置関係によってはx軸、y軸、z軸になりうるわけである。上記の感想で「クルクルと回転させて考えられる。」というものがあるが自由な発想をさせることから言えばむしろ何も書かない形の方がよかったのかもしれない。ここのところは今後の課題である。またこれと同様に空間座標模型は、「平面の『拡張』としての空間」を意識して見せることができる。すると、例えば平面では一次関数であったも



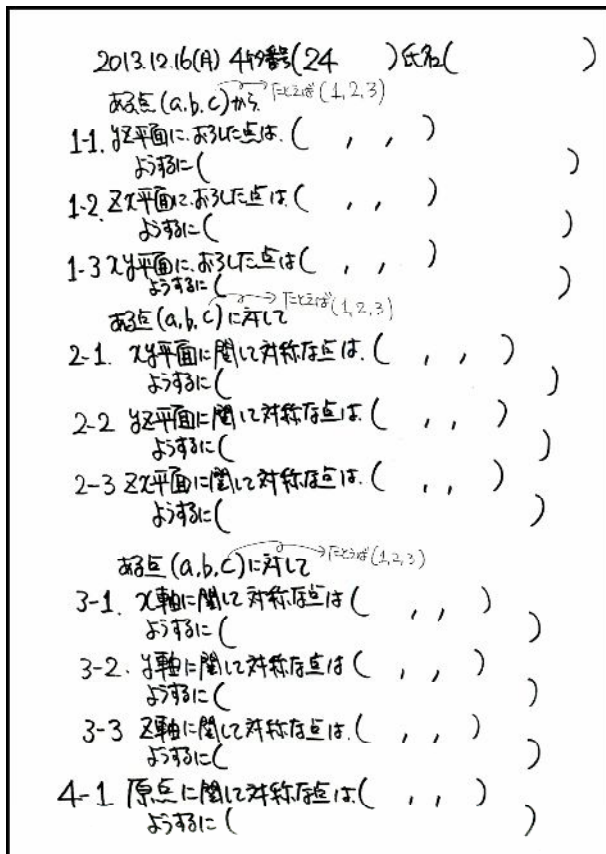
▲図09 平面の「拡張」としての空間を見せる

のを、空間として拡張すればそれが平面になるということも実感させられることになる。

アナログ的要素をひとつ取り入れただけでも数学の授業にとって様々な有益なメリットが生まれることを実感した。

<実践授業ふたつめ>

これは<実践授業ひとつめ>から3日後の2013年12月16日(月)。この日は<実践授業ひとつめ>のすぐ次の授業である。本時のねらいは、前回の授業を受けて、「一般化の文章作り」を考察するところにある。通常の授業を進めたあと、「一般化の文章作り」にチャレンジさせてみた。



▲図10 一般化の文章作りのプリント

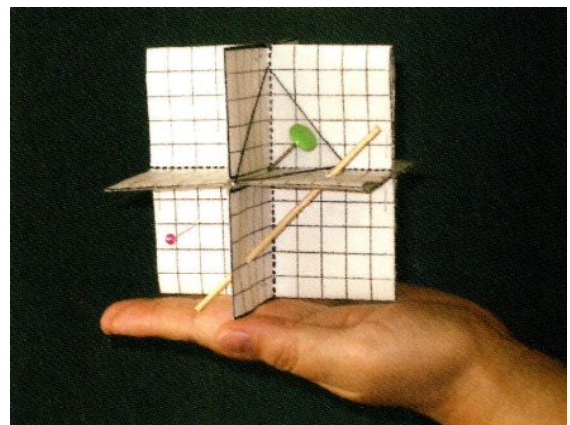
しかし、これは困難を極めた。そこで「図10」にも一部書いてあるが「たとえば(1, 2, 3)」のようなヒントを与えると空間座標模型を用いればかなりできる生徒は増えてくる。しかし、(a, b, c)からで、しかも文章となるとその回答率は低いものであった。もちろんこのあと教科書にそって授業を進めた。

<実践授業みつめ>

これは<実践授業ふたつめ>から3日後の2013年12月19日(金)。この日は<実践授業ふたつめ>のすぐ次の授業である。この日はよいよPC教室(本校ではCAI教室という名称)にクラス全員を入れ、全員操作形の授業とした。本時のねらいは、空間座標模型で考察した内容を通し、数学的活動としてICT(コン

ピュータ)「も」、用いて考察するところにある。またその考察の際、意見交換を通して言語活動に取り組んでもらう。

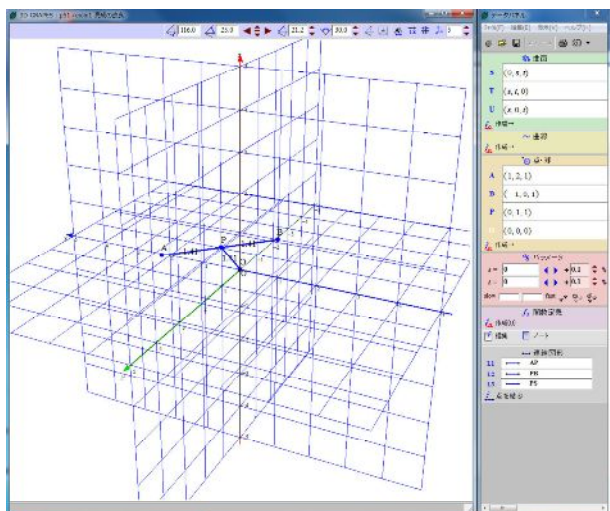
授業は、まず通常の黒板とチョークのスタイルをとり教科書P. 51の例題1「3点O(0, 0, 0), A(1, 2, 1), B(-1, 0, 1)から等距離にあるyz平面上の点Pの座標を求めよ。」の解説からスタートした。ここは教科書に「解」が書いてあり、「yz平面上の点P」から「その座標をP(0, y, z)」とおき、 $OP = AP$ と $OP = BP$ からyとzを求めて、点Pの座標(0, 1, 1)を出している。多くの高校の先生方はここで、「じゃ、次の練習5をやっごらん」と進んでしまうのではないだろうか。練習5は、「2点A(1, 2, -3), B(3, -1, -4)から等距離にあるx軸上の点Pの座標を求めよ。」であり、ここも「x軸上の点P」から「その座標をP(x, 0, 0)」とおき、 $AP = BP$ からxを求めて、点Pの座標(3, 0, 0)を出すことになる。筆者はまず、例題1の解説が終わった段階において生徒たちに「どんなことを問われているかイメージできますか」聞いてみた。「おぼろげながら」とか「なんとなく」という生徒は数人いたが多くの生徒たちはイメージできない状況であつた。そこでまず、前回、前々回の授業同様、空間座標模型を使ってイメージさせてみた。<せっかくのこの写真、取り忘れました。すみません。>しかし今回は点O, A, Bとあって点Pの存在があり、それらを結ばなくてはならない。ここで生徒たちの様子を観察していると原点Oはすぐに点がとれるものの点A(1, 2, 1)や点B(-1, 0, 1)は空間に浮かんでいるため、点をいかにとるかについて苦勞をしていたが、定規を使って「こんな感じなのかな」と推測する生徒もいた。



▲図11「見える数学1 手作りの教具・教材」P.98より

この場面において空間座標模型の筆者である中村章氏は、「見える数学1 手作りの教具・教材」のP. 98で「待ち針を利用して座標を読む，対称点の感覚をつかむ.」「赤い糸，針金，竹串などで空間における直線を見る.」「透明シートで平面を作り，空間における平面や法線の様子を見る.」としている。

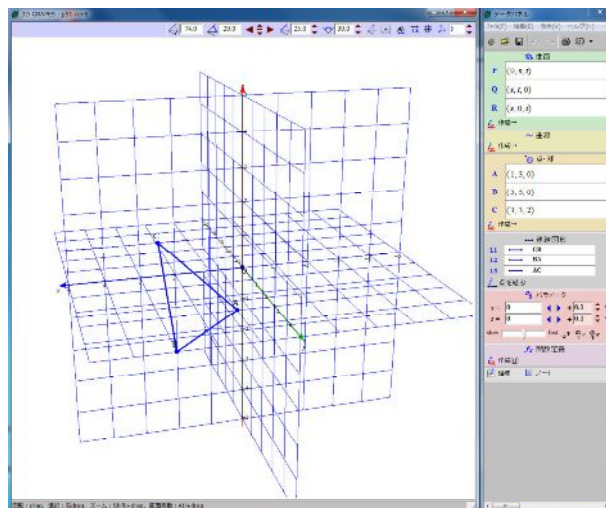
しかし今回の授業ではそこまで用意が間に合わず，また時間的な制約からPC操作へと移行した。



▲図12 「3D-GRAPES」による教科書P.51の例題1

生徒たちにとっては初めて見る「3D-GRAPES」である。P. 51の例題1を示すと，例年のようにここで生徒たちから大きな歓声が上がったがその中で，今回に限って聞かれた声があった。それが「お！！透明だよ透明！！」という声だった。まさに事前に空間座標模型を使って座標を考えてからこのソフトに取り組んだからこその上がった声である。そしてOP, AP, BPのそれぞれの長さを表示させると「1. 4 1」と表示され，これが $\sqrt{2}$ だということも確認できた。そして次の練習6「正四面体の3つの頂点がA(1, 3, 0), B(3, 5, 0), C(3, 3, 2)であるとき，第4の頂点Dの座標を求めよ.」へと移行した。ここでもまず始めに空間座標模型を用いて，三点A, B, Cでできる三角形を考えてもらった。しかし，これがなかなかうまくいかない。しかしながら，直接触れることの出来る空間座標模型だけで考えることは，考えるイメージを膨らますという意味で重要であると考え，そしてそれを「3D-GRAPES」で表示してみた。そして生徒たちにも自分のPCでこのファイルを開くよう指示した。

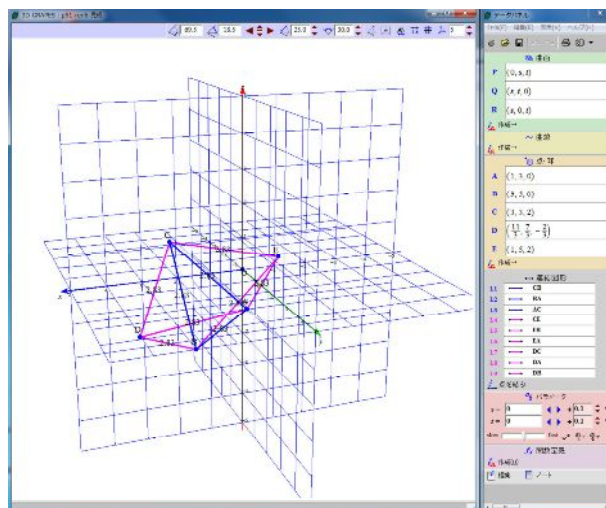
ここでもやはり歓声が上がった。特にふたつの点A(1, 3, 0), B(3, 5, 0)がxy平面にあるというのは多くの生徒が気づいていたが「3D-GRAPES」で見ても



▲図13 教科書P.51の練習6の3点をおいたところ

るとさらに「ハッキリ」した様子だった。そしてこの問題の解法に移った。点Dを(x, y, z)とおき $AB = 2\sqrt{2}$ から $AD = BD = CD = 2\sqrt{2}$ として連立を解き

$D(1, 5, 2), D(\frac{11}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{2}{3})$ を求めることができた。このあと「3D-GRAPES」で表示してみると



▲図14 教科書P.51の練習6の最終段階

と表示された。生徒たちにもファイルを配付し，思い思いに動かしてもらった。生徒たちの目がとても輝いていた。ここまですべてを通して生徒たちに「現物とコンピュータを比較して」という感想を書いてもらった。まず「現物の良さ」として挙げているものとしては

- ・目が疲れない。 ・直接手でさわれ、まわせる。
- ・自分で理解しようと努力する気になる。
- ・身近な存在がする。
- ・作ることが楽しかった。
- ・直接色を塗れる。いろいろ加工できる。

などがあった。そしてなによりも、

・教科書の図だけではよくわからず、先生がこれ(筆者注：空間座標模型)を作って考えるよう言ってくれたので、わかりやすかった。

という回答があり、このタイミングでの現物の使用は、生徒たちにとって大きな効果があったと言える。

次に「コンピュータの良さ」として挙げているものとしては、

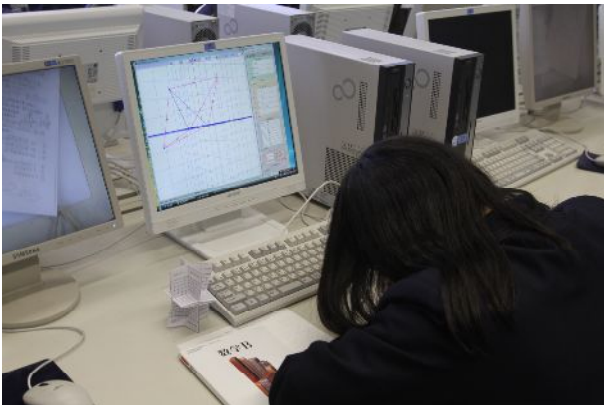
・透明で裏がどうつながっているかがよく分かり、また回転させたときに、きれいな正三角形が現れてきたのは感激した。

・コンピュータは透明で点を線ですぐに結べるので分かりやすかったです。

・コンピュータだと透明になって図形の線をしっかり書け、長さが同じというのもすぐに分かった。

・コンピュータは透明なこともあつて裏側が見え、空中に点を打つことができ便利だった。

と、多くの生徒たちが「透明」という言葉を挙げている。筆者はこれまで何年も数学的活動としてICT、特にコンピュータを活用する授業展開を心がけてきた。が、「透明」なのはあたりまえであり、これまでの生徒の感想には出てこなかった。それが今回の感想では出てきているところに着目したい。それはまず、数学的活動のひとつめとして空間座標模型を用いて生徒たちに問題に取り組んでもらったところに大きな意義があると考えられる。いわゆる通常の授業では、空間座標模型もPCも無いわけで教科書の図だけで授業は進められる。教師側は空間を板書し三次元の座標を書き、



▲図15 現物とパソコンを両方利用して



▲図16 意見を論じ合う「言語活動」

代数処理をして問題の解答を得る。そして次の問題に進む。生徒側は正解が出た段階で安心する。そう、その問題の図のイメージをつかむこと無しに。しかし、少しでもこういった授業展開をすることで、意欲的に取り組んでみようとする姿勢が生まれることは確かである。さきほどの感想からその部分の記述を挙げると

・自分が何をやっているかがわかった。なによりそれがうれしい。

・頭の中でイメージできない図をパソコンで具現化することで感動しました。しかし、あの模型やPCも何も使わずに頭に浮かぶようになりたいです。

・ひとつひとつの問題を解いたらぜひこれで確かめてみたい。答を出すだけでは物足りなくなってきた。

・教科書の計算での答と実際にパソコンで見ているのでは大違い。次も試してみたい。

・画面を見るのがとにかく楽しい。へーこんな感じなのかってわかる。

・パソコンは透明だけど、パソコンをやったおかげで現物も考えやすくなったのでよかったです。現物はパソコンを立ち上げなくてもすぐにあるので、今後は現物を使って解いていきたいと思います。

・コンピュータはもちろんすごいけど、現物の方は手元にあり実際に触られるので愛着が湧く。単に問題を解くよりも意味がわかる。どっちもすごい！

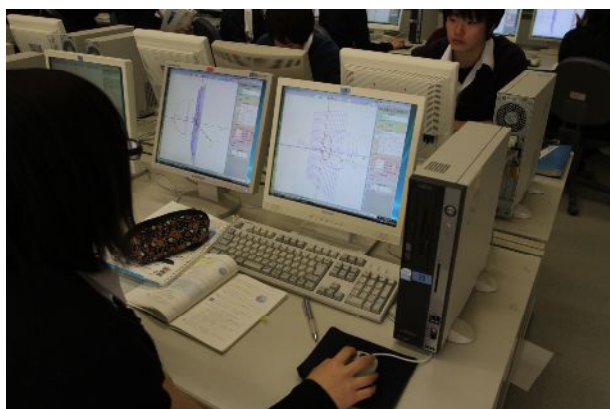
というものがあつた。手を使ったりPCを使ったり数学的活動で生徒が変化して行く様子が見られた。

<実践授業よっつめ>

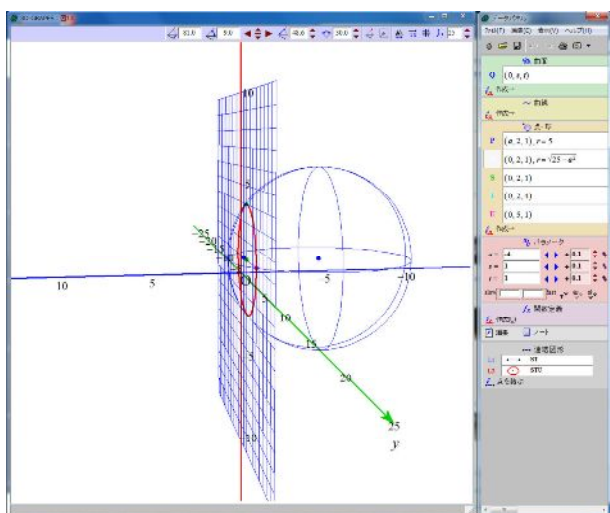
これは<実践授業よっつめ>からかなり日が経過した2014年2月24日(金)。この日は神奈川県高等学校入学者選抜(いわゆる入試)の関係で生徒は自宅学習が続

いており、筆者の数学Bは11日ぶりの授業となった。さらに期末試験を前にしてあと1回しか授業ができない状況であった。本時のねらいは、この単元の仕上げとも言うべく、教科書の空間図形の問題を解き、その意味をより一層深めるために数学的活動として、空間座標模型やICT(コンピュータ)を用いて考察するところにある。さらにここでも考察の際、意見交換を通して言語活動に取り組んでもらう。

この授業では教科書P. 71応用例題6「中心が点 $(a, 2, 1)$ 、半径が5の球面が、 yz 平面と交わってできる円の半径が3であるという。 a の値を求めよ。」と、教科書P. 63例題3「3点 $A(0, 1, 2)$ 、 $B(1, 0, 2)$ 、 $C(2, 1, 0)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(3, 3, z)$ があるとき、 z の値を求めよ。」をPC教室にて取り上げ授業を行った。



▲図17 教科書P. 71応用例題6



▲図17-1 教科書P. 71応用例題6の画面

球をx軸上でスライドさせyz平面で半径が3になったときの a の値を読み取って確認する。

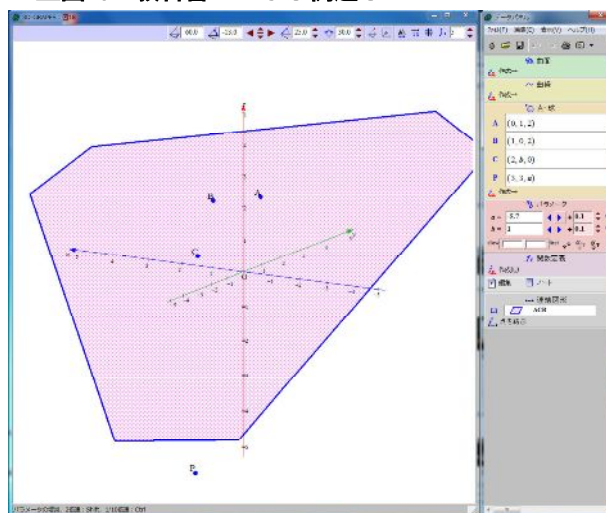
ここでもいわゆる「代数処理」は進むものの、そのイメージとなると生徒たち、厳しいものがあった。

しかしPC画面で確認すると生徒たち、ほっとした

ような表情を見せた。「空間」に関して授業はできる限りイメージを持たせながら展開すべきと実感した。



▲図18 教科書P. 63例題3



▲図18-1 教科書P. 63例題3の画面

点Pを動かして平面ABC上に乗った時の z の値を読み取って確認する。

4. 今回の実践から得られたこと

本実践を通して、ICT活用にいわゆるアナログ的要素である現物を加えることは「数学的活動」や「言語活動」の機会が増えると共に、ICT機器と現物とその相互作用により生徒にとって有益な効果を生み出すと考えられる。機会があればこの文章を読んでいたいたる先生方にもぜひ、ICT活用に現物を加えて実践していただきたいと考える。

5. 今回の発表のまとめとして

前回(昨年の山梨大会)でも記述したが「触ったものの反応がある」ということは人間本来が持つ楽しみのひとつであろう。紙面の都合もあり今回もまた、ひたすら実践記録を載せる形となってしまった。そして、

生徒たちの顔の表情の写真を載せることはできないが、後ろ姿からも、その楽しそうな雰囲気を読み取っていただければ幸いである。さて、本冊子の冒頭のところで、ICT活用について、「教師の側に使う意欲がなければならない。意欲を湧かせるには使うメリットを実感していなければならないであろう。」と記述した。我々は普段の数学の授業で何を生徒に伝えるために授業しているのだろうか。高等学校学習指導要領数学科の目標の冒頭は「数学的活動」で始まっている。いわゆる高校で普通に行われている授業スタイルである「例題を解説」→「似た問題をやらせての正答判断」から一步脱却し、生徒たちが思いもよらなかった結果を見る機会を与えてあげるべきと考える。そしてそこから、数学そのものの持つ「面白さ」「美しさ」「不思議さ」を味わってもらい、前述の「目標」の中にある「事象を数学的に考察し表現する能力」や「数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度」が徐々に徐々に養われていくものだと考えるが、いかがだろうか。

引用文献

- ◆西三数学サークル(2010),「見える数学1 手作りの教具・教材」, 星の環会 pp.98-99
- ◆文部科学省(2009),「高等学校学習指導要領解説 数学編」, 文部科学省ホームページでのPDFファイル p.5

参考文献

- ◆西三数学サークル(2011),「見える数学2 見て、作って、なるほど数学」, 星の環会
- ◆Yoshita(2007),「あなたの脳を目覚めさせる美しい数学1」, 星の環会
- ◆Yoshita(2007),「あなたの脳を目覚めさせる美しい数学2」, 星の環会
- ◆Yoshita(2008),「折り紙で学ぶ数学1」, 星の環会
- ◆Yoshita(2008),「折り紙で学ぶ数学2」, 星の環会
- ◆芳賀和夫(1999),「オリガミクスI(幾何図形折り紙)」, 日本評論社
- ◆芳賀和夫(2005),「オリガミクスII(紙を折ったら、数学が見えた)」, 日本評論社
- ◆前川淳(2009),「本格折り紙 $\sqrt{2}$ (るーと2)」, 株式会社日貿出版社
- ◆清宮俊雄(2001),「初等幾何のたのしみ」, 日本評論社

- ◆垣花京子(2007),「ITの活用で数学教育は変わるか? ~動的図形学習ソフトCabri-Geometryの実践研究から~」 科学教育研究 31(1), pp.62-63日本科学教育学会
- ◆吉田明史(2009),「高等学校の数学教育に求められるもの」, 日本数学教育学会誌. 第91巻 第7号 p.19
- ◆前田正男・池田敏和・藤原大樹・鈴木誠・橋本吉貴・小山直人・石谷優行・小原美枝・馬場裕・橋本吉彦(2010),「中・高等学校数学科における図形についての美しさを感得する教材開発」. 横浜国立大学教育人間科学部紀要I(教育科学)No.12 pp.135-154
- ◆池田敏和・馬場裕・橋本吉彦・岩立 忠・藤原大樹・石谷優行・橋本吉貴・峰野宏祐・東谷洵・五十嵐潤・前田正男(2011),「算数・数学科における図形についての美しさを感得させる教材開発とその指導」. 横浜国立大学教育人間科学部紀要I(教育科学)No.13 pp.17-39
- ◆石谷優行(2011),「高等学校図形領域授業にテクノロジーを用いる際の一考察(II)~アナログの数学的活動の重視に焦点をあてて~」 第44回数学教育論文発表会論文集, 日本数学教育学会, pp.453-458
- ◆石谷優行(2010),「高等学校図形領域授業にテクノロジーを用いる際の一考察~機器と現物,手を使うことによる実践~」 第43回数学教育論文発表会論文集, 日本数学教育学会, pp.169-174
- ◆石谷優行(2000),「高等学校の授業における『知的活動の教具』としてのコンピュータ活用に関する研究~質的研究法によるエスノグラフィ的分析~」 横浜国立大学大学院教育学研究科 修士論文

尚、本研究は、平成22年度科学研究費補助金(奨励研究,研究課題番号22909005)及び平成23年度科学研究費補助金(奨励研究,研究課題番号23909003)及び平成24年度科学研究費補助金(奨励研究,研究課題番号24909003)の研究助成を受けて進められている。

もったいなくも、昨日、平成26年7月31日(木)、日本数学教育学会より優秀研究賞を受賞させていただきました。ここに、横浜国立大学名誉教授 橋本吉彦先生はじめ、ご指導いただいた多くの先生方、私のつたない発表をご清聴いただいた多くの皆様に心より感謝申し上げます。ありがとうございました。

E-Mail masayuki@ishitani.com

Webサイト <http://www.ishitani.com>

本文の2ページめ 図03です。
みなさんもコピーして、どうぞ。

さあ、×軸や	Y軸や、Z軸を	自分で考えて	書き加えて	みよう！！	例えば、色を	塗るとか	ガンバレ！from石谷
右へ もぐりにませる			左へ もぐりにませる	右へ もぐりにませる			左へ もぐりにませる
右へ もぐりにませる			左へ もぐりにませる	右へ もぐりにませる			左へ もぐりにませる
さあ、×軸や	Y軸や、Z軸を	自分で考えて	書き加えて	みよう！！	例えば、色を	塗るとか	(C)中村 章

まず、外周を切る！！	↑切り込みのところが 最初は折る
次に、すべて折る！！	「谷」に折る 「山」に折る 切り込みを入れる

おまけ！！

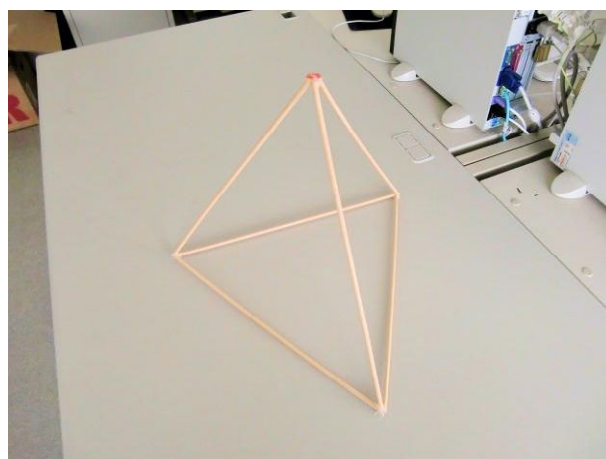
実はこのページは昨年の山梨大会の際、最後に「おまけ！！」として付けたものである。今回ページ数の関係から、本ページを白紙にしてしまうのももったいないので「現物を使った」実践報告として紹介したい。

それは一昨年(2012年)度の冬(2013年2月)、ある日の放課後のことだった。そのとき数学Bを教えていた生徒が次のような問題で悩んでいた。

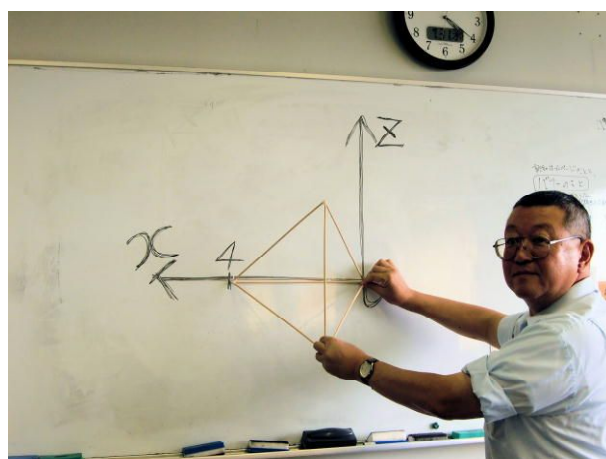
正四面体OABCがある。O(0,0,0)とA(4,0,0)として辺BCがxy平面($x>0, y>0$)と垂直に交わるとき、点B, 点Cの座標を求めよ。

彼女は放課後、私を探したらしいのだが会議か何かでうまく探せず1年生のときに数学を教わっていた先生にこの質問をしたそうである。しかし、その先生から一生懸命紙面の上で説明を受けたものの、彼女が納得のいく解答を得ることはできなかったということである。ようやく翌日、私を見つけ質問を受けた。そしていつも授業中に使っているやや太い竹ひごで作った正四面体を取り出した。そしてx, z軸座標を描き、右の写真のように正四面体を置いてみた。なんとこれだけで彼女の顔が見るみるうちに笑顔になり、「先生、わかった！！」の声が発せられた。数分して点Bが(2, $2\sqrt{2}$, 2)であり点Cが(2, $2\sqrt{2}$, -2)であると計算で出した彼女は絵顔そのものであった。もちろん1年生のときに数学を教わっていた先生の説明が土台にはなっているのだろうが、私がほとんど十分な説明をしていないにもかかわらず、彼女自身で簡単な三平方の定理を使って答を出せたことに、とても満足していたわけである。「ちょっとだけでいいから、この感激を文章にしてみよ。」と書いてもらったのが以下である。

あたしの質問にととてもわかりやすく丁寧に答えてくれてありがとうございました。他の先生にも、同じ質問をしたときは、紙に立体の絵を描いて必死に教えてくれたけど、まずその立体が思い浮かばないのに計算方法まで、ば——と話されて何も理解できませんでした。放課後だったのでその先生もあたしも時間がなかったからかもしれないけれどその日はすっきりせずに終わりました。石谷先生に説明されたときはびっ



▲やや太い竹ひごで作った正四面体



▲座標を書いてこう置いただけ(もちろん願です。)

くりするくらい頭の中に立体の中の必要な部分の図形が浮かんできて、計算方法も先生に説明されなくても「あれを使えばいいんだ」ってすぐ解ったし、立体を現物で見るだけでこんなにも見えてくるものがあるんだと驚きました。紙の上だけで立体の問題をやると難しくてつままないと思っていたけど、同じ問題でも立体を見ながらやるとパズル??みたいな感じですごく楽しく解けたし、すっきりしました。1回この問題を解いただけでも他の問題の時に形を想像しやすくなりました。本当にありがとうございました。

「ちょっとだけ」でいいのに、こんなに書いてもらえた。ここで、論理的なことを書き始めるよりも・・・

やはり、こういう瞬間が「教師やっててほんとにうれしい一瞬」なのである。こういう瞬間を多く迎えるために、常日頃から自分自身、いろいろなことに興味を持ち、そしていろいろな説明のやり方について考え続けていきたいと強く思った瞬間でもあった。

ほんと、生徒に感謝です。m(_ _)m

あ、もちろん3D-GRAPESで後で表示してみました。