コンピュータ等を活用した図形領域授業の実践
～平面図形やベクトルに「折り紙」を導入して～

神奈川県立横浜平沼高等学校　石谷優行

１．発表にあたって

2009年は京都大会にて，「重心　その面白さ　美しさ～特に凹四角形の具体物(ブーメラン)を用いて～」

2010年は新潟大会にて，「コンピュータ等(iPad,iPod touchも含め)を活用した図形領域授業の実践～数学Ｂベクトルに焦点をあてて～」

2011年は地元神奈川にて，「コンピュータ等(iPad,iPod touchも含め)を活用した図形領域授業の実践～数学Ｂベクトルや，数学Ａ平面図形に焦点をあてて～」

2012年は福岡大会にて，「コンピュータ等(iPad,iPod touchも含め)を活用した図形領域授業の実践～平面図形やベクトルに「おりがみ」を導入して～」

と，ここ数年，図形領域に関した発表を行っている．

（これまでの「当日配付資料」は
http://www.ishitani.comのトップページから
たどってください．全て読むことができます．）

さて，数学科教員が教科「情報」の担当者となり数学を充分に持てないケースが多くあるが，筆者もそのひとりである．今年度は昨年度に引き続き数学Ｂを担当する機会を得た．本稿タイトルの「図形領域」という言葉を単に数学Ａ平面図形の分野のみならず，今回数学Ｂのベクトルの授業に焦点を当て，図形的な考えを盛り込みながらコンピュータ等，そして「おりがみ」を用いて授業を行ってみた．特にベクトルや，それを表現した図，そして図形における直線や円などの軌跡の関連性を通して，数学の「面白さ」「美しさ」「不思議さ」を味わってもらいたい，というところがここ数年来の研究の原点となっている．

そして，毎年ここでの発表は，年度の始めから７月くらいまでの実践をもとに書くことにしていて，本来であれば(2013年4月から7月までの実践より)とするところである．しかし，本校の授業の順番から，数学Ｂは，今年は数列を先にやることとなりベクトルの授業は４月から７月までは行わなかった．そこで今回は，昨年度の後半の授業を中心に，書いてみることとする．

２．これまでの実践授業(授業中の驚きも)

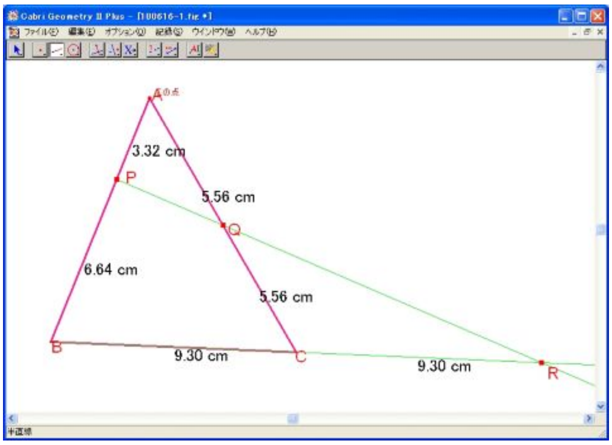
＜以下，日数教新潟大会(2010)の，筆者の当日発表資料より引用＞

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

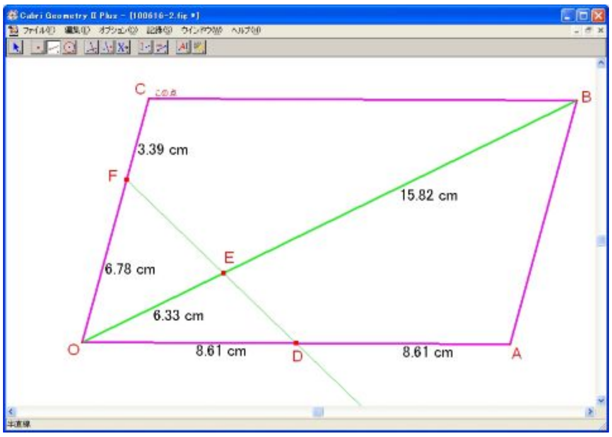
さて，このような感想のあと，黒板とチョークによる授業が続いた．数学Ｂは過去に担当したときもそうであるが，説明の時間がなかなかとれずに苦労する．今回も同じである．そして６月のある日，以下の問題のところを解説していた．「△ＡＢＣにおいて，辺ＡＢを１：２に内分する点をＰ，辺ＡＣの中点をＱ，辺ＢＣを２：１に外分する点をＲとする．このとき，３点Ｐ，Ｑ，Ｒは一直線上にあることを証明せよ.」(高等学校数学Ｂ改訂版 啓林館(数Ｂ 025)P.76例題8)

普通どおり説明し，$\overrightarrow{PR}=4\overrightarrow{PQ}$ を黒板で解説してからカブリにより３点が一直線上を通ることを示した．

また同様にその例題８の下に出ている問題「平行四辺形ＯＡＢＣにおいて，辺ＯＡの中点をＤ，対角線ＯＢを２：５に内分する点をＥ，辺ＯＣを２：１に内分する点をＦとする．このとき，３点Ｄ，Ｅ，Ｆは一直線上にあることを証明せよ.」



▲図01　三点Ｐ，Ｑ，Ｒが一直線上にならぶ様子



▲図02　三点D，E，Fが一直線上にならぶ様子

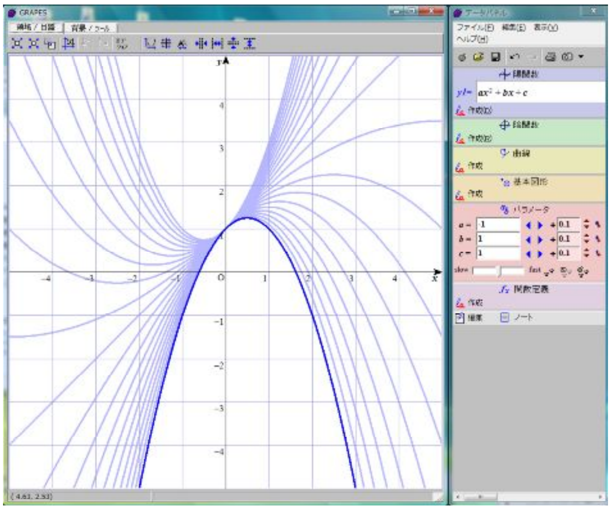
この問題も，生徒たちがある程度，正解を得られたところでプロジェクタを使ってカブリを映してみた。

▲図03　図02を教室の壁に映して解説している様子

しかし，ここで驚いたことが起こってしまう．

生徒たち，誰ひとりとして驚きやびっくりの表情を表さなかったのである．教室内は平然と静まりかえり私の説明を淡々と聞いたいた．驚いていたのは教員の私ひとりだったのかもしれない．それは「三点が一直線上に並ぶ」という現象は教科書に書いてあり，この授業の中では起こるべくして起こったわけであり，生徒たちにとっては珍しくもなんともなく，ただ普通の光景を筆者がコンピュータを使って示していたにすぎなかったのである．これまでも筆者は，様々な授業展開においてコンピュータを活用してきた．特に数学Ⅰにおいて $y=ax^2+bx+c$ の a，b，c のパラメータを変化させたときなどはいつも歓声があがる．

また，カレンダーの不思議としてどこかの一日を決める．するとその日を中心に(上＋下)や(左＋右)が同じであり，また斜めの合計も同じとなる。そしてそれは最初に決めた日の倍の数字である．さらにもうひとつのカレンダーの不思議として，例えば下のカレンダ



▲図04　GRAPES　ﾊﾟﾗﾒｰﾀaのみを１から－１へ変化

ーであれば月曜日(の，どれか)と火曜日(の，どれか)を加えると必ず木曜日(の，どれか)になっている．

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

こういう話をするとき，生徒たちは本当に不思議がって歓声を上げる．しかし今数学Bで扱っている「三点が一直線上に並ぶ」というそれこそ「まれ」な現象が起こっているにもかかわらずなぜ生徒たちは驚かないのか．それははじめから「成り立って当たり前」というものを授業で与えすぎていないだろうかということである．そして数学の問題の中には，それがすでに成り立つことが分かっているものを証明することが多い．しかし例えば三角形の重心をとってみても，三角形をなるべく大きく描き，シャープペンの芯を非常に細いものとした場合には容易には三点は一致しないであろう．生徒たちには，様々なコンピュータ操作や現物のものを通して，偶然起こる不思議さや美しさを感じてもらいたい．そして先人たちがそれらを数学の式やグラフといったものに置き換えたすばらしさ感じるようになってもらいたいと願うものである。

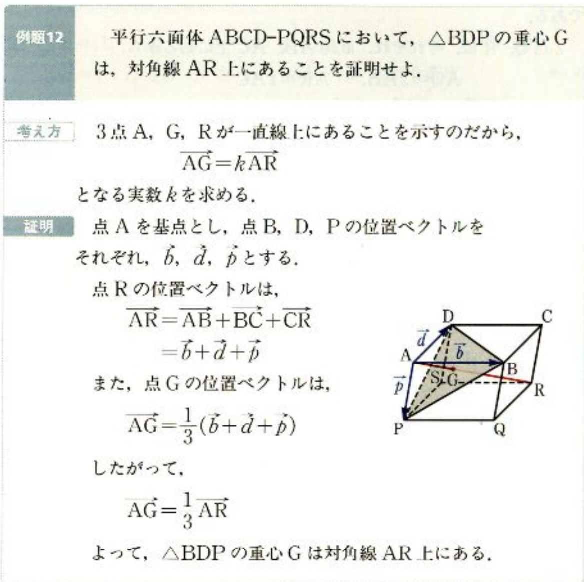
－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

＜以下，日数教神奈川大会(2011)の，筆者の当日発表資料より引用＞

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

そして，先述の「黒板とチョークでの授業」で教科書(啓林館　数B 025)P.99の例題12「平行六面体ＡＢ

ＣＤ－ＰＱＲＳにおいて，△ＢＤＰの重心Ｇは対角線ＡＲ上にあることを証明せよ.」を扱った．さらに重心Ｇは対角線ＡＲ上にでき，ＡＧの長さの３倍がＡＲとなることを座学により確認した.


例題12　平行六面体 ABCD-PQRS において，△BDP の重心 G は，対角線 AR 上にあることを証明せよ.

考え方　3点 A，G，R が一直線上にあることを示すのだから，

$$\overrightarrow{AG}=k\overrightarrow{AR}$$

となる実数 k を求める.

証明　点 A を基点とし，点 B，D，P の位置ベクトルをそれぞれ，$\vec{b}$，$\vec{d}$，$\vec{p}$ とする.

点 R の位置ベクトルは，

$$\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CR}$$
$$=\vec{b}+\vec{d}+\vec{p}$$

また，点 G の位置ベクトルは，

$$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\vec{b}+\vec{d}+\vec{p})$$

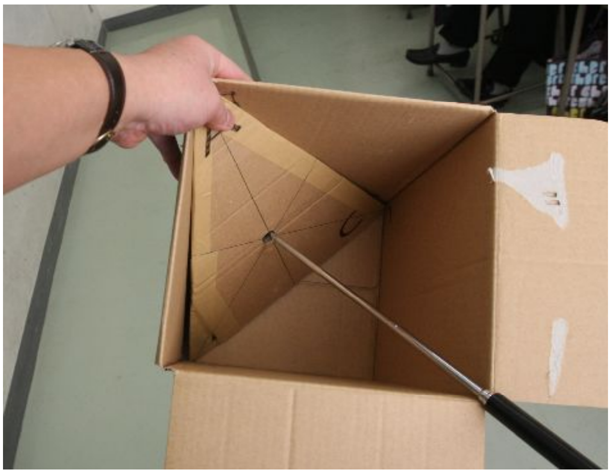
したがって，

$$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AR}$$

よって，△BDP の重心 G は対角線 AR 上にある.

▲図05　啓林館　数学Ｂ(025)　P.99　例題１２

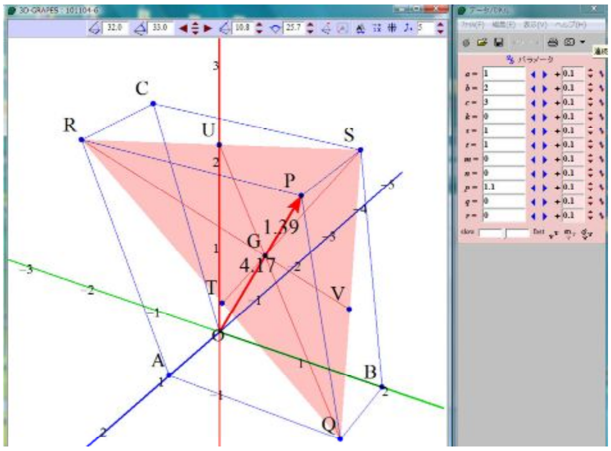
そしてこの授業のとき，筆者が「平行六面体」ではなく「直方体」にて，段ボールで現物を作り授業に持っていった．対角線を伸び縮みする指示棒をベクトルとして貫き,三角形を通過するところに印をつけ長さの３倍を確認した.



▲図06　直方体の段ボールでの確認

さらにこの授業の次の授業で，ＰＣ教室にて「3D-GRAPES」を用い，この問題を全員操作としてみた．まず直方体の状態で，ＡＧの長さの３倍がＡＲとなることを確認した．そして徐々に直方体を自分の好きな方向で平行六面体にしていった．生徒の人数４０人分の平行六面体ができたわけであるが，どの生徒もみな，ＡＧの長さの３倍がＡＲとなっていることを，友人のＰＣ画面をのぞき見しながら確認していた.

「どのように図形を動かしても必ずそうなる．なぜそう言えるのか.」ここに証明の必要性が生まれ，帰納的な考えから演繹的な考えへと結びついていく.



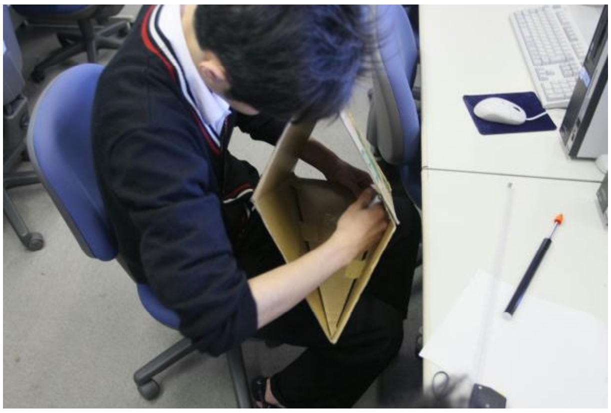
▲図07　ひとつの例　OG=1.39　OP=4.17

そして冬休み．ケーススタディとして，４名の生徒たちが参加してくれ，上記の例題の現物(今度は直方体ではなくほんとの平行六面体)を段ボール箱を使って作ろうという実践を行った.

▲図08　計測をしているところ

▲図09　中の三角形の大きさを決めるのに正弦・余弦

その生徒の一人が以下のような感想を残してくれた．「昨年，数学Ｉで三角比を使った式は全く実用性がなく，こんなことをやっても意味がないと思いながら授業を受けていたが，今回実用性を知った．イメージで作るよりも数式を使って作った方が効率的だった．と思う．」この感想にあるように，彼らは平行六面体の中にできる△ＢＤＰを作るのに苦労していた．ここで初めて，長さを決めるために昨年の数学Ｉで学んだ正弦定理，余弦定理が必要となったのである．



▲図10　中の三角形の重心の位置を探っている様子

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

３．今回の実践授業(2012年12月)

さて，今回の実践授業は，また冬休み．ケーススタディとして，４名の生徒たちが参加してくれ，以下の実践を行ってみた．

私の研究実践で常に考えていることは，教科書の問題をただ単に解くのではなく，その意味するところの「現物」を作成することで，問題を手で味わい，さらにはコンピュータを用いて，その問題の多くの異なる場面を経験することから，問題の本質を理解して欲しいということである．

もちろん今回研究対象としている「問題」は，前述の図５である教科書(啓林館　数B 025)P.99の例題12である．以下，このような流れで実践してみた．

・正四面体を折り紙で折ってみる

・竹ひごで，平行六面体を作ってみる

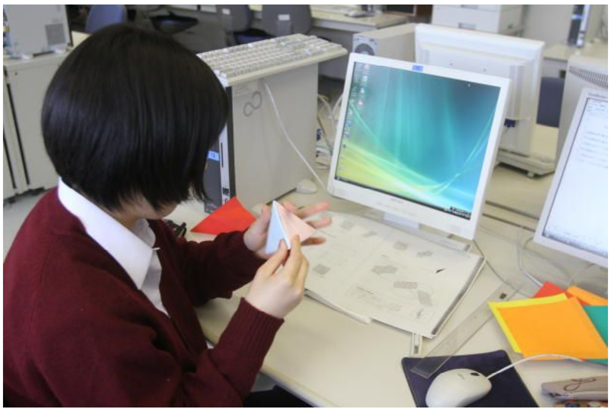
　(接着にはグルーガンを使用)

・その中に折り紙で三角形を貼って平行六面体の対角線の長さを計測する

・タッチパネル式ではない通常のＰＣにてこの問題を３Ｄ－ＧＲＡＰＥＳにて体験してみる．

・タッチパネル式ＰＣにてこの問題を３Ｄ－ＧＲＡＰＥＳにて体験してみる．

▲図11　「折り紙」を作業しながら自然と対話が．



▲図12　数学の授業での「折り紙」の作業

（１）まず正四面体の作成

まず，手始めとして折り紙から「正四面体」を作ってみた．ここでも，正四面体の話だけでなくいろいろな話をした．以下，生徒４人の感想である．

＜Ａさん＞

Ａ４用紙の横と縦が１：ルート２という比でできているというのは何となく聞いたことがありましたが，折っても折っても１：ルート２の比であり続けることに気づき驚きました．確かに計算上でも合うので納得しました．折り紙はあまり得意でないので正四面体を作るのは大変でしたが，実際に自分の手で作り出せたことがびっくりです．

＜Ｂさん＞

最初，正三角形を作るときに長さを測ったり角度を測るのではなく，折り紙の下側をうまく使うことでできることがわかりました．そこをつかうと３辺が同じ長さということがわかりやすく折りやすかったです．

＜Ｃさん＞

最初に正三角形を折って，その折り方を使って正四

面体を作ったので，順序に無駄がなく，理解が深めやすかった．作った正四面体の構造も単純だった(２つの正三角形の入った紙を２枚作り，それを組み合わせて作る)ので分かりやすかった．また，各自で正三角形の作り方を見つける時間があって良かった．

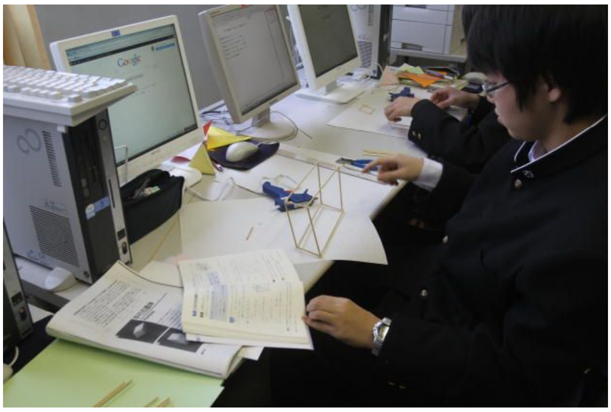
＜Ｄさん＞

図形や立体の定義(？)を考えるだけで，折り紙で作れるのは面白いと思いました．でも自分で折り方を考えるのはできないと思います．

(２) 竹ひごによる平行六面体の作成

次に，竹ひごで，平行六面体を作ってみた．グルーガンは全員の生徒が初めてであった．

▲図13　竹ひごを切って・・・



▲図14　ようやく形に

以下，生徒４人の感想である．

＜Ａさん＞

平行六面体は，向かい合う辺を４本とも平行に作るのが難しかったです．グルーガンは今回初めて使ったのでまだ慣れず，うまく接着できなかったり，グルーが出過ぎてしまったりと最初は作業は遅かったのですが，だんだん慣れてきて，接着も辺の長さや重さを意識して立体を動かしながら作ることができました．

＜Ｂさん＞

普通に作っていると長方形にしてしまいそうになるけど，全部の面が平行四辺形なんだなと改めて気づきました．

＜Ｃさん＞

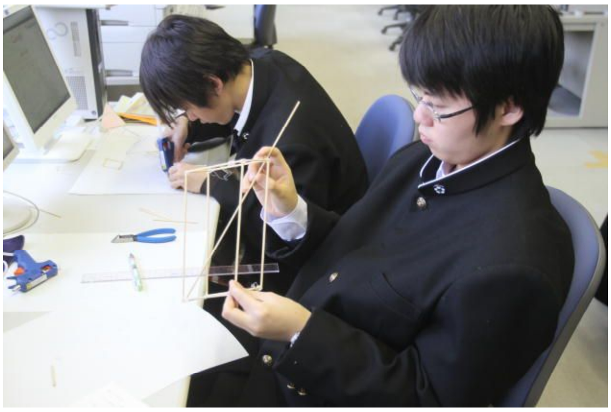
全ての面を平行四辺形にして作るのが難しく，平行になるべき棒がしっかり平行になるように気を遣った．直方体の様にすべてが直角の立体よりも作るのが難しかった．平面の対角線が中点で交わるように，立体でも対角線が中心で交わるのか疑問が湧いた．

＜Ｄさん＞

長方形をくっつける角度によって，直方体になったり，平行六面体になったりするのが面白いと思いました．グルーガンが難しかったです．

(３) 三角形を貼り付け，重心を通し

そして，いよいよ作った平行六面体に三角形を貼り付けることとなる，しかもその三角形の重心を出さねばならない．ここで２０１１年の筆者の実践では，段ボールであったせいか，生徒がここで必死に余弦定理から三角形の大きさを決定していた．しかし，今回は竹ひごで小さく作ったせいか三角形を計測の形で出していた．ここはメリット、デメリットの場面である．



▲図15　位置を計測していく

▲図16　なんとかできあがって

（４）平行六面体の対角線の長さと，貼り付けた三角形の重心までの長さ

平行六面体の対角線の長さを測り，さらに貼り付けた三角形の重心までの長さを計測してみる段階になった．以下，４人の結果である．

＜Ａさん＞	＜Ｂさん＞
ＯＰ＝２３．５ｃｍ	ＯＰ＝１７．５ｃｍ
ＯＧ＝　７．８ｃｍ	ＯＧ＝　５．６ｃｍ
＜Ｃさん＞	＜Ｄさん＞
ＯＰ＝１３．０ｃｍ	ＯＰ＝２１．０ｃｍ
ＯＧ＝　４．５ｃｍ	ＯＧ＝　７．５ｃｍ

通常の定規では小数第１位が限界であろう．アバウトではあるが，３分の１になっていることを示していた．以下，この段階においての４人の感想である．

＜Ａさん＞

問題で３分の１であると証明されてもなかなかイメージしづらいところがあったので実際に作ってみてイメージしやすくなりました．中学時代から複雑な空間図形を想像するのが苦手だったのでこうやって実物を作ってみると紙に書かれているものと違って３６０°の角度から見ることができて理解しやすくなると思いました．

＜Ｂさん＞

正確ではないけど，だいたい３分の１になっていて，棒でつないでみると３点Ｏ，Ｇ，Ｐが一直線上にあることがわかりました．自分で作ったので公式を覚えるのではなくて，しっかり理解できたかなと思います．

＜Ｃさん＞

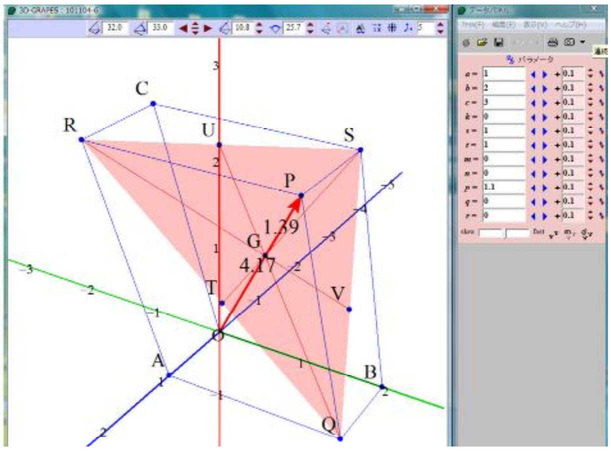
実物の模型を使ったので，視覚的立体的に教科書の証明を理解することができた．公式を覚えるだけが数学ではないということが分かって非常に良い機会になった．

＜Ｄさん＞

実際に立体を作って面も作ってみると仕組みが目に見えて面白かったです．これから問題を解くときも，今日の図を想像してちゃんと解くことができればいいなと思います．

（５）通常のコンピュータを用いて

このあとは，まずコンピュータ教室のある「普通のコンピュータ」(いわゆるタッチパネル式ではないという意味)を用いて，３Ｄ−ＧＲＡＰＥＳにて，この問題に取り組んでみた．本校ではWindows-Vista機である．生徒たちは，「動かせる不思議さ」を通して，様々なことを感じていた．



▲図17　この図は，本冊子P.3の図07と同じもの
ひとつの例　OG=1.39　OP=4.17

▲図18　生徒がいろいろ動かした画面から

以下，この段階においての４人の感想である．

＜Ａさん＞

実物を作るのとはまた違って側面などから見ても実物では透けて見えない点や場所まで見える良さがありました．辺の長さなどを自由に変えられるので色々な平行六面体が見られたところもよかったです．

＜Ｂさん＞

教科書や自分で書いた図などでは，わかりにくい角度のときもあるけど自分のわかりやすいようにいろいろな角度や大きさから図を見れるので，わかりやすかったです．

＜Ｃさん＞

ノートや教科書だけでは分かりにくい空間図形がプログラムによって様々な角度から図形の変化やＺ軸をみることができた．条件がかわるとグラフがどう動くのかが分かるので良いプログラムだと思った．

＜Ｄさん＞

長さが変わると平行六面体も変わっていく様子が分かりやすくて面白かったです.

(６) タッチパネル式のコンピュータを用いて

筆者がこだわっているのが教科書の問題を通した「現物」と「コンピュータ」との関連である.そこでタッチパネル式のＰＣに触れてもらった.

▲図19　指で図形を動かしてみる

▲図20　指で図形を動かしてみる

以下，この段階においての４人の感想である.

<Ａさん>

３Ｄ－ＧＲＡＰＥＳで図形の操作をすると大きくしたり角度を変えたりが手で行えるのでマウスで行うよりも実物を扱うのと似た感覚を覚えました.

<Ｂさん>

反応がいまいちなこともあったけど，マウスより簡単でやりやすかったです.

<Ｃさん>

タッチパネルのパソコンも触らせていただけて技術の進化を感じた. 図形の動きから条件の変化を見れたりと画期的だと思った.

<Ｄさん>

マウスよりも自由に動かすことができて，やりやすかったです.

※タッチパネル式のコンピュータの注意

ここでタッチパネル式のコンピュータを用いた実践を紹介しているが，使用しているＰＣは，実は「Windows７」のタッチパネル式ＰＣである.「Windows８」はそのままではこのようにならない.今後，「Windows８．１」が今年の秋にも出るようであるが，どのような形になってどのように教育的に利用できるものかを研究していきたい.

(７) この授業の全般的な感想

あっという間の授業ではあったが，生徒たちには通常の黒板とチョークの授業以外のことを感じてもらえたと思う.以下この授業全体の感想を書いてもらった.

<Ａさん>

中学時代から空間図形があまり得意ではなかったのですが，折り紙やコンピュータを使ったりと親しみやすかったです. 実際に模型を作って教科書の問題を解いてみるのも面白かったです. 白銀比や黄金比など比率のことも実際に紙を使うことで理解しやすかったです.

<Ｂさん>

自分だけではわからないこも，プリントを見たり，友達に教えてもらって，なるほど！！と思えたので，前より理解できたかなと思います.

<Ｃさん>

教科書とノートでやる授業ではなく，実物に触れたりコンピュータを使った立方体，三次元的な内容の授業だったので，理解を深めやすく，今後の学習にもつながっていく良い機会になりました.

<Ｄさん>

折り紙やパソコンを使って図形の仕組みを学ぶことができて楽しかったです. 折り紙からいろいろな図形ができると考えると図形もただの平面の集まりだと簡単に考えられるような気がします.

３．今回の発表のまとめとして

前回も記述したが「触ったものの反応がある」ということは人間本来が持つ楽しみのひとつであろう. 紙面の都合もあり，今回もまた，ひたすら実践記録を載せる形となってしまった. そして，生徒たちの顔の表情の写真を載せることはできないが，後ろ姿からも，その楽しそうな雰囲気を読み取っていただけば幸いで

ある．そして今回は，生徒の感想を多く載せてみた．「質的研究法によるエスノグラフィー的分析」という手法を筆者は修士論文作成の際にとった．紙面の都合から，今回の分析を載せる余裕が無いが，生徒たちの貴重な文面から多くの大切なことを学ぶ機会，さらには今後の授業展開へのヒントを得ていると考える．そしてこれらのことを通して自分自身，(現行)学習指導要領での「数学的活動」をどうとらえるかを再度思考していきたい．それは，今後の若い教員たちへの期待が強く挙げられるからである．日本の多くの数学の先生方が黒板で授業し「正解」への解き方を解説する．高校で言えば数年後，教員志望の卒業生が教育実習で帰ってくる．例によって黒板とチョークによる授業展開があたりまえのように行われ，教育実習を終えて大学へ帰っていく．もちろん黒板とチョークの授業は大切ではあるが，そこになにか，生徒たちが興味関心を引くものをひとつでもいいから取り入れていってもらいたいものである．「現物」，「テクノロジー」いろいろあろう．生徒たちに数学の「面白さ」「不思議さ」「美しさ」といったものを感じてもらい「現物」や「テクノロジー」などから「生徒たち自ら乗ってくる授業」を，自分自身今後も模索し，発表していきたい．

参考文献

◆芳賀和夫(1999)，「オリガミクスⅠ(幾何図形折り紙)」，日本評論社

◆芳賀和夫(2005)，「オリガミクスⅡ(紙を折ったら，数学が見えた)」，日本評論社

◆ロベルト・ゲレトシュレーガー著　深川英俊訳(2002)，「折紙の数学～ユーグリッドの作図法を超えて～」，森北出版

◆数学教育協議会／銀林浩(1994)，「折り紙算数・折り紙数学『数学教室』別冊３」，国土社

◆山口榮一(2008)，「小学校全学年用　おりがみで学ぶ　図形パズル」，株式会社ディスカヴァー・トゥエンティワン

◆加藤渾一(2008)，「折り紙と数学の楽しみ」，株式会社ダイヤ書房

◆畠山一平(2007)，「折紙数学～折紙で作図を楽しむ～」，東京図書出版会

◆渡部勝(2000)，「折る紙の数学～辺の(７分の１)，面積(７分の１)はどう折るのか～」，ブルーバックス　B-1303，株式会社講談社

◆堀井洋子＋折り紙サークル(2005)，「手作り選択数学　折り紙で数学」，明治図書

◆前川淳(2007)，「本格折り紙　入門から上級まで」，株式会社日貿出版社

◆前川淳(2009)，「本格折り紙$\sqrt{2}$（るーと２）」，株式会社日貿出版社

◆山口真(1995)，「日本のおりがみ事典」，ナツメ出版企画株式会社

◆清宮俊雄(2001)，「初等幾何のたのしみ」，日本評論社

◆垣花京子(2007)，「ITの活用で数学教育は変わるか？～動的図形学習ソフトCabri-Geometryの実践研究から～」科学教育研究 31(1)，pp.62-63日本科学教育学会

◆吉田明史(2009)，「高等学校の数学教育に求められるもの」．日本数学教育学会誌．第91巻 第7号 p.19

◆前田正男・池田敏和・藤原大樹・鈴木誠・橋本吉貴・小山直人・石谷優行・小原美枝・馬場裕・橋本吉彦(2010)，「中・高等学校数学科における図形についての美しさを感得する教材開発」．横浜国立大学教育人間科学部紀要Ⅰ(教育科学)No.12　pp.135-154

◆池田敏和・馬場裕・橋本吉彦・岩立　忠・藤原大樹・石谷優行・橋本吉貴・峰野宏祐・東谷洵・五十嵐潤・前田正男(2011)，「算数・数学科における図形についての美しさを感得させる教材開発とその指導」．横浜国立大学教育人間科学部紀要Ⅰ(教育科学)No.13　pp.17-39

◆石谷優行(2011)，「高等学校図形領域授業にテクノロジーを用いる際の一考察(Ⅱ)～アナログ的数学的活動の重視に焦点をあてて～」第44回数学教育論文発表会論文集，日本数学教育学会，pp.453-458

◆石谷優行(2010)，「高等学校図形領域授業にテクノロジーを用いる際の一考察～機器と現物，手を使うことによる実践～」第43回数学教育論文発表会論文集，日本数学教育学会，pp.169-174

◆石谷優行(2000)，「高等学校の授業における『知的活動の教具』としてのコンピュータ活用に関する研究～質的研究法によるエスノグラフィー的分析～」横浜国立大学大学院教育学研究科 修士論文

尚，本研究は，平成２２年度科学研究費補助金(奨励研究，研究課題番号22909005)及び平成２３年度科学研究費補助金(奨励研究，研究課題番号23909003)及び平成２４年度科学研究費補助金(奨励研究，研究課題番号24909003)の研究助成を受けて進められている．

E-Mail masayuki@ishitani.com

Webサイト http://www.ishitani.com

おまけ！！

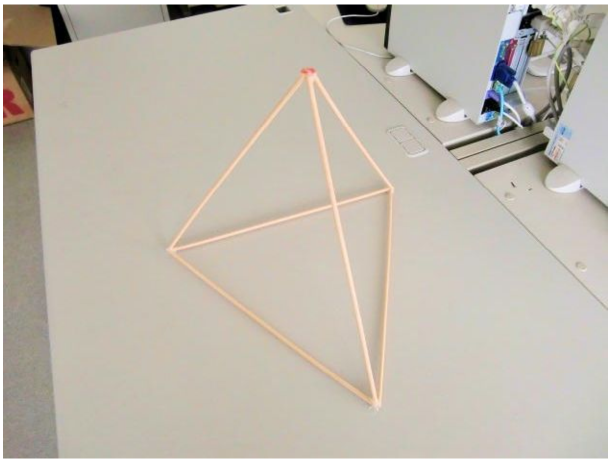
実はこれは，本文の中に入れようかとも思ったのであるが，「現物を使う」ということでの，すばらしい実践報告ができる機会を得たのでここで「おまけ！！」として紹介したい．

昨年度の冬(今年の２月)，ある日の放課後のことだった．そのとき数学Ｂを教えていた生徒が次のような問題で悩んでいた．

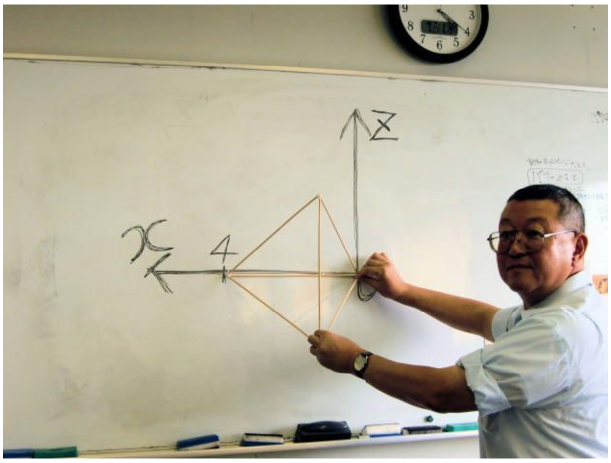
正四面体ＯＡＢＣがある．O(0,0,0)とＡ(4,0,0)として辺ＢＣがｘｙ平面(x>0,y>0)と垂直に交わっているとき，点Ｂ，点Ｃの座標を求めよ．

彼女は放課後，私を探したらしいのだが会議か何かでうまく探せず，１年生のときに数学を教わっていた先生にこの質問をしたそうである．しかし，紙面の上でその先生から一生懸命説明を受けたものの，彼女が納得のいく解答を得ることはできなかったということである．ようやく翌日，私を見つけ質問を受けた．そしていつも授業中に使っているやや太い竹ひごで作った正四面体を取り出した．そして座標を書いて図22のように正四面体を置いてみた．なんとこれだけで彼女の顔が見るみるうちに笑顔になり，「先生，わかった！！」の声が発せられた．数分して点Ｂが$(2,2\sqrt{2},2)$であり点Ｃが$(2,2\sqrt{2},-2)$であると計算で出した彼女は絵顔そのものであった．もちろん１年生のときに数学を教わっていた先生の説明が土台にはなっているのだろうが，私がほとんど充分な説明をしていないのにもかかわらず，彼女自身で簡単な三平方の定理を使って答を出せたことに，とても満足していたわけである．「ちょっとだけでいいから，この感激を文章にしてみてよ．」と書いてもらったのが以下である．

あたしの質問にとてもわかりやすく丁寧に答えてくれてありがとうございました.他の先生にも，同じ質問をしたときは，紙に立体の絵を描いて必死に教えてくれたけど，まずその立体が思い浮かばないのに計算方法まで，ばーーーっと話されて何も理解できませんでした.放課後だったので先生もあたしも時間がなかったからかもしれないけれどその日はすっきりせずに終わりました.石谷先生に説明されたときはびっくりするくらい頭の中に立体の中の必要な部分の図形が浮かんできて，計算方法も先生に説明されなくても「あれを使えばいいんだ」ってすぐ解ったし，立体を現物で見るだけでこんなにも見えてくるものがあるんだと驚きました.紙の上だけで立体の問題をやると難しくてつまんないと思っていたけど，同じ問題でも立体を見ながらやるとパズル？？みたいな感じですごく楽しく解けたし，すっきりしました.１回この問題を解いただけでも他の問題の時に形を想像しやすくなりました.本当にありがとうございました.



▲図21　やや太い竹ひごで作った正四面体



▲図22　座標を書いてこう置いただけ

「ちょっとだけ」でいいのに，こんなに書いてもらえた．ここで，論理的なことを書き始めるよりも・・

やはり，こういう瞬間が「教師やっててほんとにうれしい一瞬」なのである．こういう瞬間を多く迎えるために，常日頃から自分自身，いろいろなことに興味を持ち，そしていろいろな説明のやり方について考え続けていきたいと強く思った瞬間でもあった．

ほんと，生徒に感謝です．m(_ _)m

あ，もちろん3D-GRAPESで後で表示してみました．