『グラフ関数電卓を使った新しい数学授業のご紹介』当日配付資料

２０１３(平成２５)年６月２９日(土)

関数電卓を使用して，指数・対数をおもしろく教えよう
～あまり凝った使い方を用いずに～

神奈川県立横浜平沼高等学校　石谷優行

１．発表にあたって

自身，関数電卓との「つきあい」は長くなるが，授業に生かせる形となるには，けっこう時間がかかった．

今回は「あまり凝った使い方を用いずに」という考えのもと，以下「指数・対数での授業」に関して，その使用法について提案してみたい．

２．授業実践から

（１）指数の分野において

①べき乗の数値

べき乗が，整数の場合もそうだが，なんといっても「０乗」や「－１乗」そして，「８の(３分の２乗)」が４と表示されるのは，感激的である．

②べき乗の計算

「(２の２乗)×(２の３乗)」で３２と出てくる．そして，上記の①との組み合わせで，「(２の(４分の１乗))÷(２の(－４分の３乗))」で２と出てくる．これも感激的である．

③指数関数のグラフ

多くの先生方が，$y=2^x$を描かせると思う．筆者は，授業で用いるグラフ用紙は必ず「Ａ３版」を使うようにしている．すると，ｙの値が３２までも達することになる．生徒たちは，２の４乗の１６から2の５乗の３２までを，直線で引く者も出てくる．やはり，２の４．１乗や，２の４．２乗の正しい値を知る上においては，関数電卓様々である．

（２）対数の分野において

これまでの関数電卓においては，自然対数(ｌｎ)と常用対数(ｌｏｇ)だけが使われてきた．私が以前授業中に使っていた「CFX-9850GB」や「CFX-9850GB PLUS」は，そうであった．しかし「fx-913ES」をはじめ「fx-9860GII」そして「fx-GC20」には，底と真数を両方入力できるものが登場してきた．これは画期的なことである．対数とは何なのかを導入する際に，指数の逆関数という形を多くの先生方がとるであろう．しかし，それで生徒たちは，一見納得するが，やはり，関数電卓に触れてみることにより「帰納的な考察」の機会を充分に与えてあげたいものである．

①対数そのものの感覚

「fx-913ES」をはじめ，「fx-9860GII」そして「fx-GC20」があれば，まず$\log_2 8$から始めて，いろいろなものを入力させたい．また，底や真数をゼロやマイナスにしてみるのもおもしろい．「Error」が表示される意味を考え，そして「実感」させられるからである．

②対数の計算

指数のところ同様，対数の計算を入力して，「本当にそうなる.」という感覚を味わわせてあげるのも大切である．「fx-913ES」をはじめ，「fx-9860GII」「fx-GC20」があれば，さらにバリエーションが広がる．

③底の変換公式

ここは，以前より筆者が頻繁に授業で取り上げてきたところである．自然対数(ｌｎ)や常用対数(ｌｏｇ)を使って，例えば$\log_2 8$を，$\log 8 \div \log 2$でやってみることができる．そして$\ln 8 \div \ln 2$でも同じ結果がでるのを確認させ，理由を考えさせるのがおもしろい．

④対数関数のグラフ

指数のところでグラフを描かせたのと同様，生徒たちが点をプロットしていく際に，関数電卓は大きなチカラを発揮してくれる．やはり，$y=\log_2 X$のグラフを描かせる先生が多いと思うが，「Ａ３版」のダイナミックなものを描かせる際に，$\log_2 16$と$\log_2 32$までの距離は結構長い．生徒たちにとって，$\log_2 17$や$\log_2 18$など，ひとつひとつの数値データが正確に求まって点を打てるのは，なんともうれしいことである．

⑤対数の大小関係

「次の３つの数を小さい方から順にならべよ.」という問題がある．当然，底を見て，グラフを思い描き

ながら，解答を導いていくわけだが，最終的に求まった数値が，実際にはいくつなのか，確認をしないままに終わる．（いや，実際には，求めたくても，関数電卓がなければ，底の変換公式を使うにしても難しいわけだが．）関数電卓があれば「本当の数値」を知ることかでき，生徒たちは，とても納得することができる．

⑥教科書の「常用対数」の場面

ここでよく出てくるのが「２の３０乗は，何桁の数値か」という問題である．教科書では，１０のベキ乗から，演繹的に考える形が多くとられているが，筆者はまず関数電卓により常用対数を用いて log１２３　log１２３０　log１２３００　log１２３０００を出してみるよう指示する．

すると

log１２３＝　　　２．０８９９０５１１１
log１２３０＝　　３．０８９９０５１１１
log１２３００＝　４．０８９９０５１１１
log１２３０００＝５．０８９９０５１１１

となる．（表示桁数以下のことを押さえる．以下も）

ここで真数の値の桁数と，logを使って出した数値の整数部分に何らかの法則性はないかと尋ねれば，多くの生徒が，帰納的な事象に気づくはずである．

そしてここから，常用対数logは，底が１０であることを改めて確認し，たとえば１２３０は，１０の3．０８９９０５１１１乗で，できていることを板書し，（１０の３乗）×（１０の０．０８９９０５１１１乗）の形になっていることを容易に導くことできるわけである．そして，（１０の０．０８９９０５１１１乗）の部分が数値のどこになっているのかを考えさせ，そして示すことができるのである．もちろん上記の部分を実際に関数電卓に入力することにより，数値が「見える」という大きなメリットがある．

さて，話を「２の３０乗は，何桁の数値か」という問題に戻すが，３０×log２を出し，３０×０．３０１０＝９．０３０から，１０桁という解答が出てくるが，生徒たちは，教師が「正解である」と言うことで納得していて，誰も，この本当の数値を知ることがない．ここでまさに，関数電卓の出番である．

指数の機能を利用して，$２^{３０}$を計算してみる．するとまさに「答え一発！！」（この言葉で，カシオの電卓ＣＭがピンと来た人は５０代？失礼！！）

$２^{３０}$＝１０７３７４１８２４と表示されて，バッチリ１０桁というのが確認できるのである．

また，「小数第何位に初めてゼロでない数値が現れるか．」という問題にしても，

log０．１２３＝　　　－０．９１００９４８８
log０．０１２３＝　　－１．９１００９４８８
log０．００１２３＝　－２．９１００９４８８
log０．０００１２３＝－３．９１００９４８８

と，なるわけで，ここから帰納的に考えるおもしろさが生まれ，さらに，演繹的な考察にもっていけると考える．（ここも表示桁数以下のことを押さえる．）

３．教師が関数電卓で遊ばなくては

なにごとにもそうであるが，「好きこそ物の上手なれ」ということわざがあるように，どんな高価なＰＣや電卓があっても，教師側がそれを楽しんで使わない限りは，生徒たちにおもしろさは伝わっていかない．

例えば，ひしつの例として，これまで紹介したすばらしい関数電卓を用いず，非常に単純な電卓を用意して２と入れ，ルートのキーを押せば１．４１４２１３５６と出てくるであろう．その数値にさらにルートを押し，さらにルートを押し，さらにルートを押し・・とやっいくと「１」に近づいていっているのがわかる．また逆に，０を超え１以下の数字，例えば「０．１」を元にしてルートを押し，さらにルートを押し，さらにルートを押し・・・とやっいくとこれも「１」に近づいていっているのがわかる．

なぜなのか．極限の話にはなるが，これも考えてみるとおもしろいのがある．

４．おわりに

本日のご清聴，まことにありがとうございました．

私自身，校内では，いつのまにか教科「情報」を多く持たざるを得ない立場になってしまっているが，なんとか生徒たちに，数学の持つ「美しさ」「おもしろさ」「不思議さ」を感じてもらうには，いかにしたら良いのかを日々考察中である．そして幸いなことに，文部科学省・日本学術振興会から平成22・23・24年度と３年連続して，科学研究費補助金を頂くことができた．今後ともグラフ関数電卓をはじめとしたテクノロジー活用を通して，生徒たちに「解答を求める数学」以外のすばらしさも感じてもらうべく努力していきたい．

E-Mail masayuki@ishitani.com
Webサイト http://www.ishitani.com