神奈川大会当日配布資料　　　　　　　　　　　　２０１１(平成２３)年８月２日(火)

コンピュータ等(ｉＰａｄ，ｉＰｏｄも含め)を活用した図形領域授業の実践
～数学Ｂベクトルや、数学Ａ平面図形に焦点をあてて～

◆本資料は「Ｐ.５の半分まで」昨年の新潟のものと同一内容です。

神奈川県立横浜平沼高等学校　石谷優行

１．発表にあたって

一昨年度(2009年度)は京都にて，「重心　その面白さ　美しさ～特に凹四角形の具体物(ブーメラン)を用いて～」と題した発表を行った．数学Ａの三角形の重心の授業を発展させ，凹四角形の重心を「GRAPES」や「CABRI GEOMETRY Ⅱ plus」といった動的作図ツール(Dynamic Geometry Software:DGS)を授業で用いて思考していく実践授業の発表であった．さて数学教員が教科「情報」の担当者となり数学を充分に持てないケースが多く筆者もそのひとりであるが，昨年度数年ぶりに数学Ｂを担当する機会を得た．本稿タイトルの「図形領域」という言葉を前述の平面図形の分野のみならず，今回数学Ｂのベクトルの授業に焦点を当て図形的な考えを盛り込みながらコンピュータ等を用いて授業を行ってみた．特にベクトル方程式とそれを表現した図における直線や円などの軌跡の関連性を通して数学の「面白さ」「美しさ」を味わってもらいたい，というところが数年来の研究の原点となっている．

２．今回の発表のポイント(研究の概要)

・ベクトルでのコンピュータ等活用授業へのお誘い
・コンピュータ等活用授業での注意点(生徒無反応)
・ベクトルの授業ならではの使える道具
・今後のベクトル授業の展開について
・ベクトルのみならず今後の
　コンピュータ等活用授業について

生徒たちが一般的な「黒板とチョーク」によるベクトルの授業を経験したのち，実際にコンピュータ等を操作することにより，どのような授業展開がその授業において効果的なのかにまず焦点を当てる．尚，今回使用したコンピュータソフトは「ベクトル白板」「CABRI GEOMETRY Ⅱ plus」「3D-GRAPES」「CABRI 3D V2」である．また，今回使用したハードは校内のコンピュータおよび「iPad」「iPod touch」そして図形(幾何)操作が可能なカシオのグラフ電卓「fx-9860GⅡ-N」である．最近発売された「iPad」そして「iPod touch」はマウスではなく画面を指で操作するものであり，数学教育に，これまでとは違った新しいテクノロジー活用の可能性を感じている。

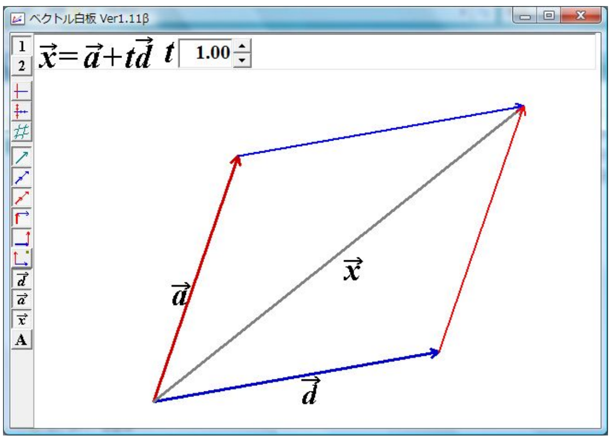
３．授業実践から (2010年4月から7月まで)

(1)黒板とチョークによる授業

まず，通常どおり黒板とチョークにより授業を進めていく．「ベクトルとは何か」という話を通して興味を持たせていった．

(2)ソフト「ベクトル白板」による授業

ベクトルそのものに触れてみるという感覚は，それこそ黒板とチョークの授業では，味わうことができないことである．そこで「ベクトル白板」というソフトを用いてベクトルそのものに触れてみる感じを体験してもらった．マウスの右クリックでベクトルの始点や終点をクリックすると，マーク「□」が表示され，それをドラッグすると，あたかも自分でベクトルを操作している感覚が味わえるというわけである。



▲図01ベクトル白板の第一歩(ｔの値をいろいろ変化)

そして，ベクトル白板の第一歩とも言うべきｔの値をいろいろと変化させ $\vec{x}=\vec{a}+t\vec{d}$ を実感してもらった。この段階において生徒たちの感想が以下である．

・コンピュータを使うと変化が目に見えて面白った．

・動いているのを見るのはとても楽しかった．

・自由自在にベクトルを動かせて面白かった．

・黒板では見られない図で勉強できてわかりやすいし自分で想像つかないことが分かりやすかったです．

・とても楽しかったです．今までは平面で，味気のないものだったのですが，動いているようすを見ることでより頭に入ってきました．またやって欲しいです．

・自分で動かしてみると，仕組みがなんとなく分かった気がします．考えられるから楽しいです．

・直感的にベクトルをいじってｔの値で，いろいろとベクトルが変わるのがおもしろい．

・黒板の図と違い，自ら作れるし，色々と興味が湧くので時間が速く感じた！

・今日の授業で実際にベクトルに触れて動かしてみると，ベクトルの足し算，引き算の意味がすごく分かった気がしました！とにかく楽しかったです♪

・数学を違う視点から見ることが出来ておもしろかったです．パソコンは苦手ですが，授業について行けて良かったです。

尚，やはり文面ではベクトル白板の動いている様子は伝えきれない．
ぜひとも「http://www.ishitani.com/vector1.htm」を見ていただきたい．（動画アニメにしてあります．）

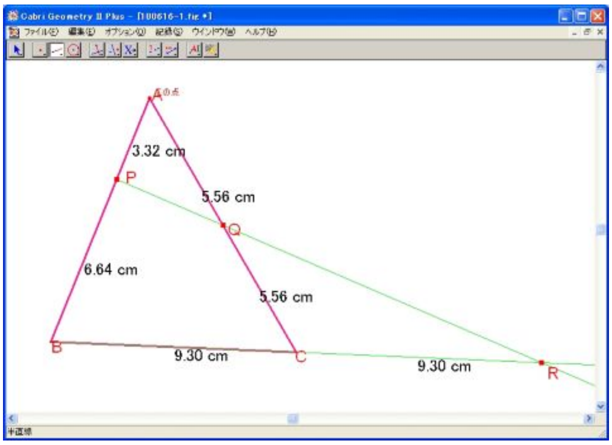
---

(3)コンピュータ活用による生徒の無反応

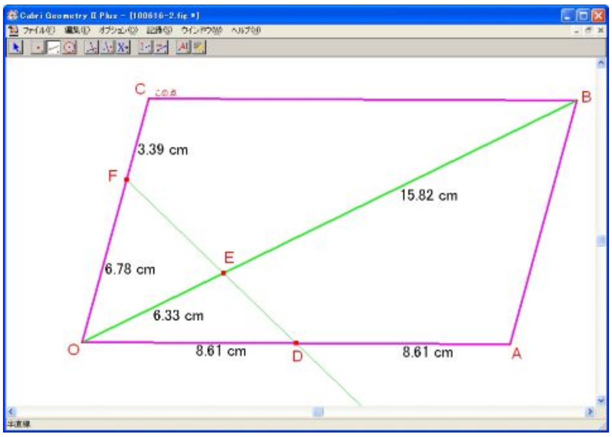
さて，このような感想のあと，黒板とチョークによる授業が続いた．数学Ｂは過去に担当したときもそうであるが，説明の時間がなかなかとれずに苦労する．今回も同じである．そして６月のある日，以下の問題のところを解説していた．「△ＡＢＣにおいて，辺ＡＢを１：２に内分する点をＰ，辺ＡＣの中点をＱ，辺ＢＣを２：１に外分する点をＲとする．このとき，３点Ｐ，Ｑ，Ｒは一直線上にあることを証明せよ．」（高等学校数学Ｂ改訂版 啓林館（数Ｂ 025）P.76例題8）

普通どおり説明し，$\overrightarrow{PR}=4\overrightarrow{PQ}$ を黒板で解説してからカブリにより３点が一直線上を通ることを示した．

また同様にその例題８の下に出ている問題「平行四辺形ＯＡＢＣにおいて，辺ＯＡの中点をＤ，対角線ＯＢを２：５に内分する点をＥ，辺ＯＣを２：１に内分する点をＦとする．このとき，３点Ｄ，Ｅ，Ｆは一直線上にあることを証明せよ．」



▲図02　三点Ｐ，Ｑ，Ｒが一直線上にならぶ様子



▲図03　三点Ｄ，Ｅ，Ｆが一直線上にならぶ様子

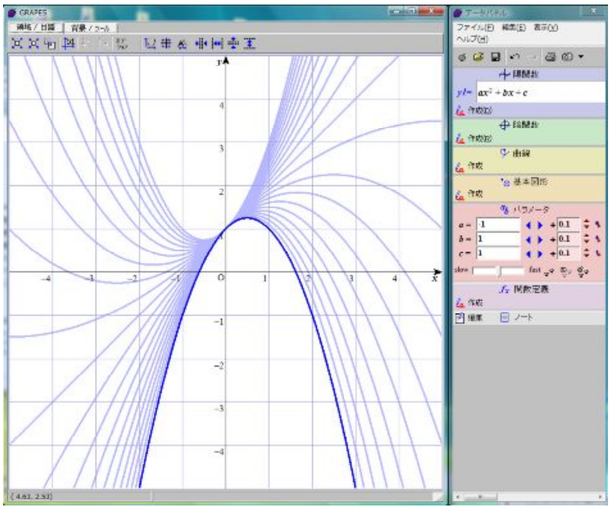
この問題も，生徒たちがある程度，正解を得られたところでプロジェクタを使ってカブリを映してみた。

▲図04　図03を教室の壁に映して解説している様子

しかし，ここで驚いたことが起こってしまう．

生徒たち，誰ひとりとして驚きやびっくりの表情を表さなかったのである．教室内は平然と静まりかえり私の説明を淡々と聞いたいた．驚いていたのは教員の私ひとりだったのかもしれない．それは「三点が一直線上に並ぶ」という現象は教科書に書いてあり，この

授業の中では起こるべくして起こったわけであり，生徒たちにとっては珍しくもなんともなく，ただ普通の光景を筆者がコンピュータを使って示していたにすぎなかったのである．これまでも筆者は，様々な授業展開においてコンピュータを活用してきた．特に数学Ⅰにおいて $y = ax^2 + bx + c$ の a，b，c のパラメータを変化させたときなどはいつも歓声があがる．



▲図05　パラメータａのみを１から－１へ変化

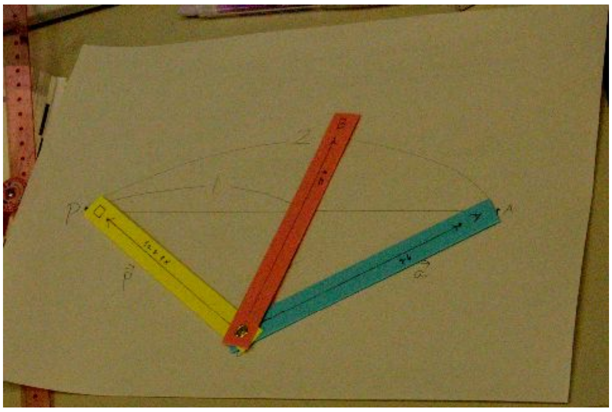
また，カレンダーの不思議としてどこかの一日を決める．するとその日を中心に(上＋下)や(左＋右)が同じであり，また斜めの合計も同じとなる。そしてそれは最初に決めた日の倍の数字である．さらにもうひとつのカレンダーの不思議として，例えば下のカレンダーであれば月曜日(の，どれか)と火曜日(の，どれか)を加えると必ず木曜日(の，どれか)になっている．

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

こういう話をするとき，生徒たちは本当に不思議がって歓声を上げる．しかし今数学Ｂで扱っている「三点が一直線上に並ぶ」というそれこそ「まれ」な現象が起こっているにもかかわらずなぜ生徒たちは驚かないのか．それははじめから「成り立って当たり前」というものを授業で与えすぎていないだろうかということである．そして数学の問題の中には，それがすでに成り立つことが分かっているものを証明することが多い．しかし例えば三角形の重心をとってみても，三角形をなるべく大きく描き，シャープペンの芯を非常に細いものとした場合には容易には三点は一致しないであろう．生徒たちには，様々なコンピュータ操作や現物のものを通して，偶然起こる不思議さや美しさを感じてもらいたい．そして先人たちがそれらを数学の式やグラフといったものに置き換えたすばらしさ感じるようになってもらいたいと願うものである。

(4)「現物」による生徒の反応の良さ

このあと，授業は「ベクトル方程式」に入っていった．ベクトル方程式の形 $\vec{p} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$ において，まず出てくるのが内分・外分である．内分・外分は位置ベクトルの最初のところで授業したものの，その定着度合いが心配になり生徒たちに実際に描かせてみた．その際，なんとかベクトル白板のようなものを現物で表すことができないかと考えてみた．思いついたのは英単語記憶カードであった．いわゆるベクトルの始点にあたるところが同じであって先(終点)が分かれるものである．もちろん，それぞれ伸び縮みしてくれれば良いがそれは無理にそうさせずに，彼らの頭の中で伸び縮みをさせようと考えた．さっそく柔らかいポリプロピレンの材質のものを三色買ってきてだいたい同じ長さに切り，それらのほぼ始点の位置に「ハトメパンチ」で穴を開けてとめてみた．色の関しては同じように揃えて生徒数分作成した．生徒たちが名付けてくれた名前は，なんと「べくとるちゃん」である．



▲図06　ベクトルをイメージさせる「現物」

この「べくとるちゃん」であるが，生徒たちが意外なことに気づいてくれた．始点のところにちょうど穴が開いていることでここをシャープペンで押さえていろいろと開き具合を考えていた．また当然ながらそのままの長さでは不都合であることに気づき，各自最終的に求めるベクトルの長さを考えながら記入していた．

▲図07　「現物」を使っての内分・外分の作図

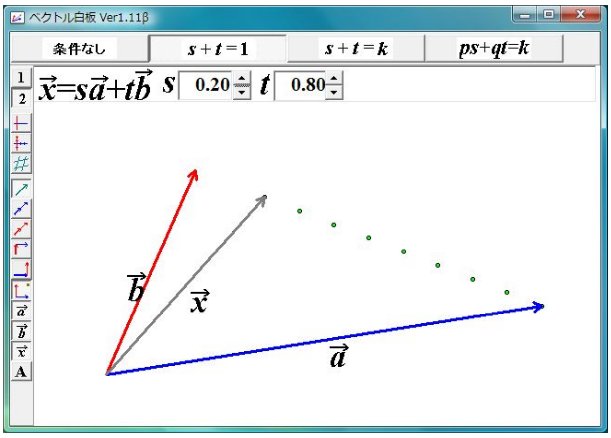
さらに「べくとるちゃん」であるが，そのサイズが幸いしたのか生徒たちがよくポケットに入れてくれたりしていた．休み時間，廊下で生徒たちにすれ違ったりした時に，生徒たちからいきなりこの「べくとるちゃん」を示され「おお，この位置だと1：2に内分だ」とか「この位置だと2：1に外分だね」と言ったように不思議なコミュニケーションツールとなっていたことに作った自分自身が驚きであった．生徒たちが寄せてくれた感想の多くは「実際に触れるから良い」「触って考えられるから良い」というものが多かった．

またもう一点，現物を使うということで，ふと良いと感じたものがある．それが清掃用の「ほうき」である．授業の場面としては話が前後してしまうが「法線ベクトル」の場面である．ほうきの枝を直線の方程式にみたてて説明をしていたときのことであるが，ふと手を下の方にやるとほうきの「掃く部分」のところが，枝と垂直についているのに気づいた．もちろん完全に垂直のままというわけではなく，いろいろと動かせるが生徒たちに垂直(法線)のイメージをつけるにはもってこいの教具であると感じた．

▲図08　法線ベクトルの説明も「現物」を使って

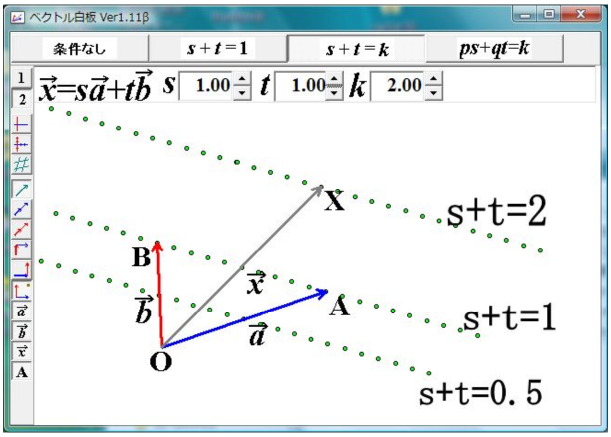
(5)ふたたび「ベクトル白板」による授業

さてこの作図のあとは $\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$ すなわち，$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$ ただし $s+t=1$ の t の値を変化させたときにどのような点の軌跡が表れるかということを「ベク



▲図09　t の値を変化させてみる

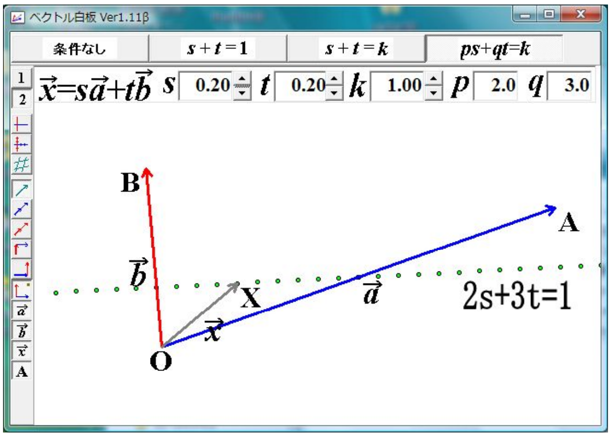
トル白板」を使って操作させてみた．$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の間に出てくることを確認し，また s や t の値のどちらかがマイナスになると $\vec{a}$ や $\vec{b}$ の「向こう側」に行くことも確認できた．この時点においては「帰納的な考え方」を中心に話を進めている．いかんせん本校の４５分という短い授業時間の中ではゆっくりとした考察はできない．コンピュータ教室での操作は「帰納的な考え方」を中心に行い，次の授業は教室で行って黒板とチョークというスタイルの中，このコンピュータ教室で行ったことを土台として「演繹的な考え方」に活かしてもらいたいのである．さて，教科書ではさらに $s+t=2$ や $s+t=\dfrac{1}{2}$ という問題も提示されている．そこで「ベクトル白板」を用いてさらに考察を続けて行った．



▲図10　s+ t の値を変化させてみた様子

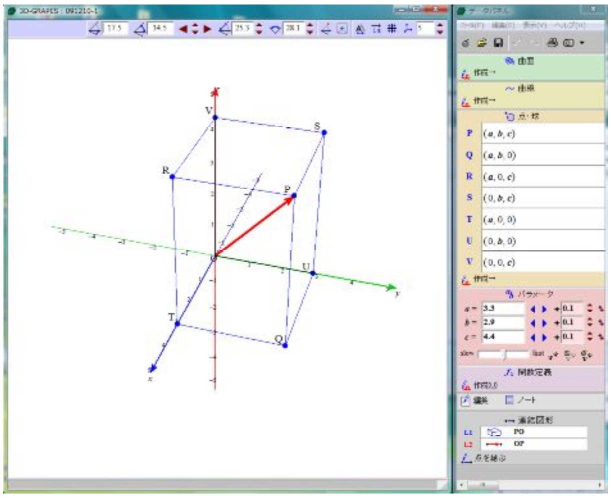
この段階において生徒たちにとっては完全なゲーム感覚なのかもしれない．しかし，何人かの生徒たちは $s+t=0.5$ のとき $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の間の点は４個．$s+t=1$ のとき $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の間の点は９個．$s+t=2$ のとき $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を２倍に延長すると，その間の点は１９個ということに気づいていた．

さらに教科書では $2s+3t=1$ の場合の問題もある．



▲図11　2s+3ｔ=1として値を変化させてみた様子

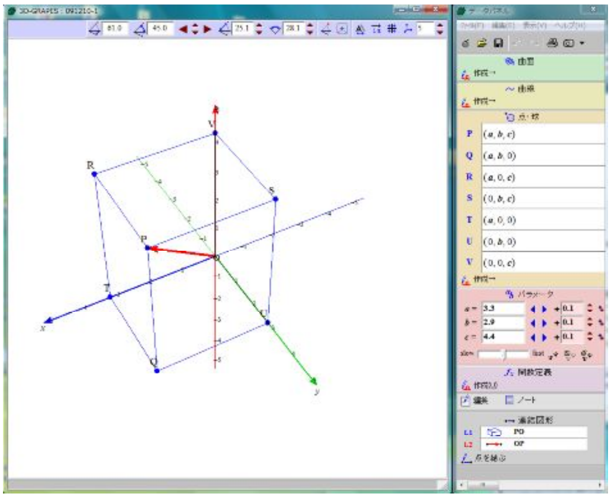
これなどまさに２ｓ＋３ｔ＝１の２や３のパラメータが何を意味するのかを「感覚として馴染ませる」ことができうるわけである．この授業の次の授業は前述したとおり黒板とチョークの授業の形をとった．教科書にあるように $\vec{p}=2s(\frac{\vec{a}}{2})+3t(\frac{\vec{b}}{3})$ で $2s+3t=1$ より $\frac{\vec{a}}{2}$ や $\frac{\vec{b}}{3}$ という解説をしていくわけであるが，ダイレクトに右辺が１の場合を想定してｓやｔの前のパラメータを考えさせた方が早いと考えるは私だけであろうか。とりあえず７月までに行った授業はここまでである。このあと夏休みが明けたあと，空間ベクトルに入るわけであるがそこでの活用に関して述べてみたい．



▲図12　3D-GRAPESによる簡単な空間ベクトル表示

４．授業実践から(2010年9月以降)

空間のベクトルと言えば「3D-GRAPES」であろう．図12，図13をご覧いただきたい．マウスのみでひとつの空間ベクトルを様々な視点から見ることができる．



▲図13　図12の視点を変えてみて。

2010年11月4日(木)，この日，授業変更などがあり，２年５組の数学Ｂを４校時と６校時に担当できることとなった．場面としては,空間ベクトルの「黒板とチョークでの授業」を続けた後だったため以下のようにしてみた．

４校時　それまでの「空間」をどのくらい捉えているかのプリントを出してみた．（Ｐ．１０　資料１）

６校時　ＰＣ教室にて「3D-GRAPES」を用いて，全員操作としてみた．（Ｐ．１０　資料２）　そしてその後，４校時と同じものをやってみた．

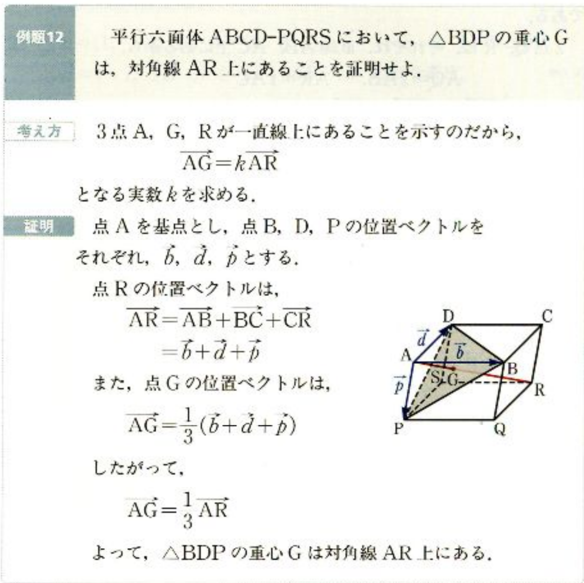
以下，生徒たちの感想ふたつである．

・頭の中で考えるより楽でわかりやすかったです．ぜんぜん空間図形が理解できなかったけど今日，ちょっとわかるようになった気がします．ありがとうございました．

・すごく理解しやすくて楽しかったです．空間図形の感覚が少しだけつかめた気がします．もっと操作を続けたかったです．

そして，先述の「黒板とチョークでの授業」で教科書(啓林館　数B 025)P.99の例題12「平行六面体ＡＢＣＤ－ＰＱＲＳにおいて，△ＢＤＰの重心Ｇは対角線ＡＲ上にあることを証明せよ.」を扱った．さらに重心Ｇは対角線ＡＲ上にでき，ＡＧの長さの３倍がＡＲ

となることを座学により確認した.



例題12　平行六面体 ABCD-PQRS において，△BDP の重心 G は，対角線 AR 上にあることを証明せよ.

考え方　3点 A，G，R が一直線上にあることを示すのだから，

$\overrightarrow{AG}=k\overrightarrow{AR}$

となる実数 k を求める.

証明　点 A を基点とし，点 B，D，P の位置ベクトルをそれぞれ，$\vec{b}$，$\vec{d}$，$\vec{p}$ とする.

点 R の位置ベクトルは，

$\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CR}$

$=\vec{b}+\vec{d}+\vec{p}$

また，点 G の位置ベクトルは，

$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\vec{b}+\vec{d}+\vec{p})$

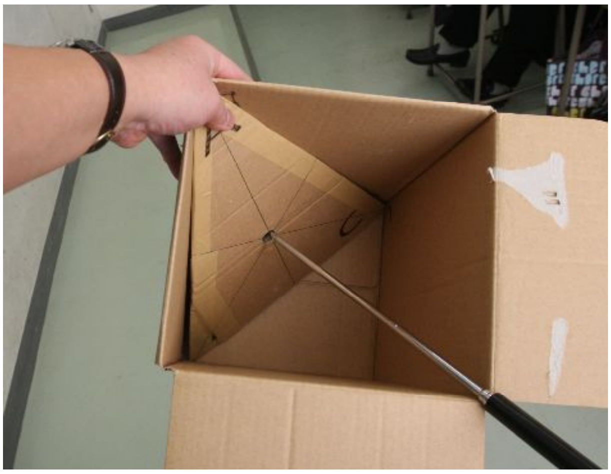
したがって，

$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AR}$

よって，△BDP の重心 G は対角線 AR 上にある.

▲図14　啓林館　数学Ｂ(025)　P.99　例題１２

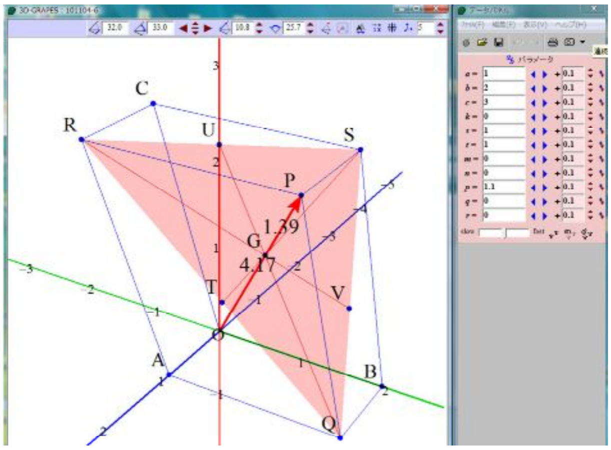
そしてこの授業のとき，筆者が「平行六面体」ではなく「直方体」にて，段ボールで現物を作り授業に持っていった．対角線を伸び縮みする指示棒をベクトルとして貫き,三角形を通過するところに印をつけ長さの３倍を確認した.



▲図15　直方体の段ボールでの確認

さらにこの授業の次の授業で，ＰＣ教室にて「3D-GRAPES」を用い，この問題を全員操作としてみた．まず直方体の状態で，ＡＧの長さの３倍がＡＲとなることを確認した．そして徐々に直方体を自分の好きな方向で平行六面体にしていった．生徒の人数４０人分の平行六面体ができたわけであるが，どの生徒もみな，ＡＧの長さの３倍がＡＲとなっていることを，友人のＰＣ画面をのぞき見しながら確認していた.

「どのように図形を動かしても必ずそうなる．なぜそう言えるのか.」ここに証明の必要性が生まれ，帰納的な考えから演繹的な考えへと結びついていく.



▲図16　ひとつの例　AG=1.39　AR=4.17

そして冬休み．ケーススタディとして，４名の生徒たちが参加してくれ，上記の例題の現物(今度は直方体ではなくほんとの平行六面体)を段ボール箱を使って作ろうという実践を行った.

▲図17　計測をしているところ

▲図18　中の三角形の大きさを決めるのに正弦・余弦

その生徒の一人が以下のような感想を残してくれた．「昨年，数学Ｉで三角比を使った式は全く実用性がなく，こんなことをやっても意味がないと思いながら授業を受けていたが，今回実用性を知った．イメージで作るよりも数式を使って作った方が効率的だっ

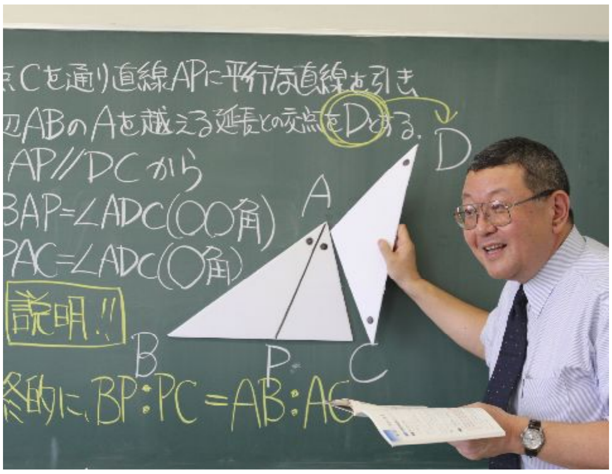
た．と思う．」この感想にあるように，彼らは平行六面体の中にできる△ＢＤＰを作るのに苦労していた．ここで初めて，長さを決めるために昨年の数学Ｉで学んだ正弦定理，余弦定理が必要となったのである．

５．ここまでのまとめと今後の課題

ＰＣを使えば，黒板とチョークでの授業とは違い様々なことを味わわせることは可能であるが，「キレイに表示」されすぎてしまう．さらに一歩進んで現物に手が触れたとき，段ボールをまっすぐに切れなかったりゴミは出たりとＰＣのようにはいかない．しかし，工作を通して達成感を得ようと既習のことを必死に思い出して努力する．そして初めてそこでなぜ学ぶのか，学んでいたのかを知ることになる．今後さらに同様の実践を進めていくと共に，ＰＣに直接手を触れ操作する実践を進めて行きたいと考えている．

６．平成２３年度の実践(2011年4月から7月まで)

今年度もまた教科「情報」８クラス全部を担当ということになった．これで１６時間．さらに数学をどうしても持ちたいと申し出て数学Ａが割り当てられた．そして今年度も２年連続して，文部科学省・日本学術振興会から「科学研究費補助金(奨励研究)」をいただけることとなった．筆者自身の研究が図形領域のため通常数学Ａの年度末のところで教える「平面図形」を数学科・そして管理職の許可を得て校内で筆者のみ，４月から教えることとした。そして今年度も「現物」にこだわっている．

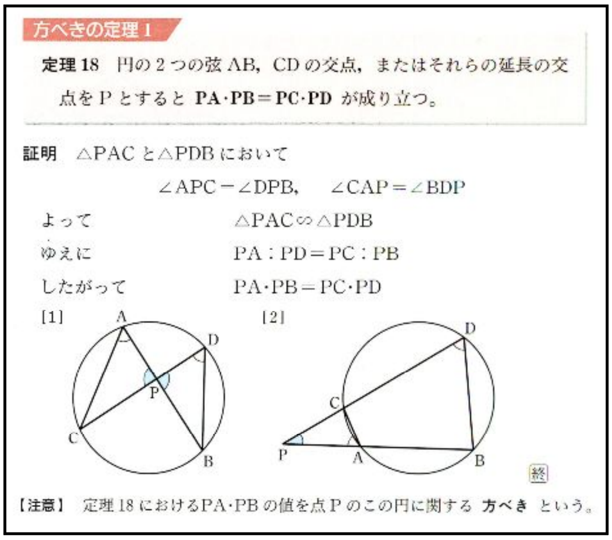


▲図19　デコレーションパネルを使って

「現物」による授業の場合，なんと言ってもそのものを手でつかんで動かせるというメリットが大きい．上記の写真でも平行線による「同位角」や「錯角」などを「合わせて(重ねて)みる」ということは大切なことである．

▲図20　コンパス・定規による作図

そして次に大切なことは，極力「作図」の時間をとることである．この作図のときにやったことが，いかに定着しているかで，このあとのＰＣ操作によることの印象が強くなると考える．教科書順で，外心・内心・重心そして大きくはとりあげていないが垂心，傍心と進んだ．そして場面は「方べき」のところである．



方べきの定理１

定理 18　円の２つの弦 AB，CD の交点，またはそれらの延長の交点を P とすると PA·PB＝PC·PD が成り立つ。

証明　△PAC と△PDB において

∠APC＝∠DPB，　∠CAP＝∠BDP

よって　△PAC∽△PDB

ゆえに　PA：PD＝PC：PB

したがって　PA·PB＝PC·PD

[1]　[2]

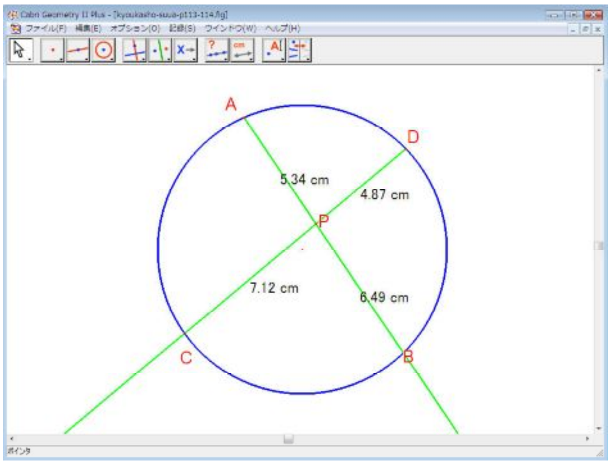
終

【注意】 定理 18 における PA·PB の値を点 P のこの円に関する 方べき という。

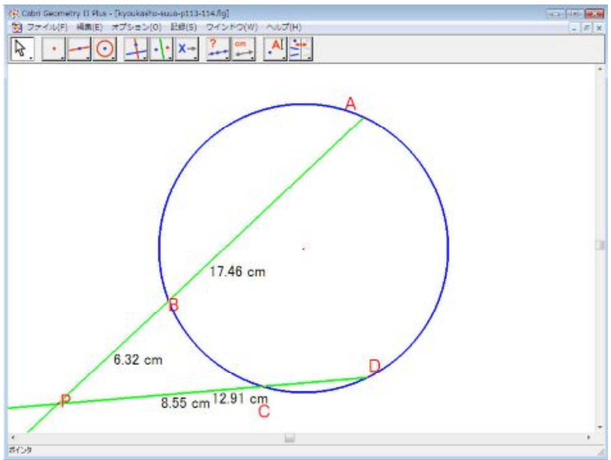
▲図21　数研出版　数学Ａ(030)　P.113

まずは紙に作図させて各辺の長さを測り，各自電卓でかけ算をして確かめてみる．そして「Cabri Geometry II Plus 1.4」用いて確かめてみた．まずは図15である．これは上記教科書の[1]の図である．点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄをどのように動かしても方べきの定理が成り立つことを確認したのち「点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄをいろいろと動かして[2]の図にしてみよう」としてみた．すでに点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄをいろいろと動かしているうちに点Ｐが外に出てしまった生徒が何人もいた．それでも方べきの定

理が成り立つことを，こちらで説明する前に彼らは，



▲図22　方べきの定理の教科書の[1]



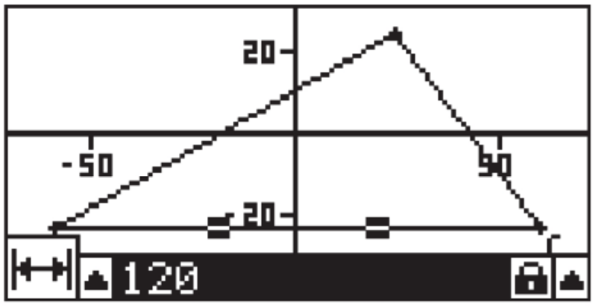
▲図23 教科書の[2] 教科書と文字位置が違うが成立

気づいていた．特に「Cabri Geometry II Plus 1.4」を用いれば，教科書と同じ文字の位置にもなるし，そうならないパターンも出てくる．しかし，どんな場合でもこの方べきの定理が成り立つことを，生徒たちが「実感」できる．そしてなんと言っても貴重なのはこの[1]と[2]を，「点の位置が変わっただけの同じもの」として教えられるメリットである．

▲図24　方べきの定理で点Ｐを外に出すには！！

「黒板とチョーク」の授業であればここは当然，別の図を書いて証明を行う．生徒たちにとっては[1]と[2]は別のものとして捉えるであろう．しかしＰＣ操作を経た授業では生徒たちの柔軟な発想によって様々な試行が行われる．まさに新学習指導要領で重視されている「数学的活動」の一環と言えると考える．

さて，紙面の都合から実践記録を大幅にカットしたのは言うまでもないが，全員の授業で扱ったのはここまでである．そしてこのあと希望者を集めてケーススタディを行った．その一環として，図形(幾何)操作が可能なカシオのグラフ電卓「fx-9860GⅡ-N」を用いてみた．ＰＣ教室の中央モニターに「fx-9860GⅡ Manager Plus」を写し，ひとつひとつ操作を説明した．参加生徒が予想以上に多く台数が不足したが数人で一台の感じで生徒たちはワイワイと楽しく操作していた．



▲図25　fx-9860GⅡ-Nのマニュアルより

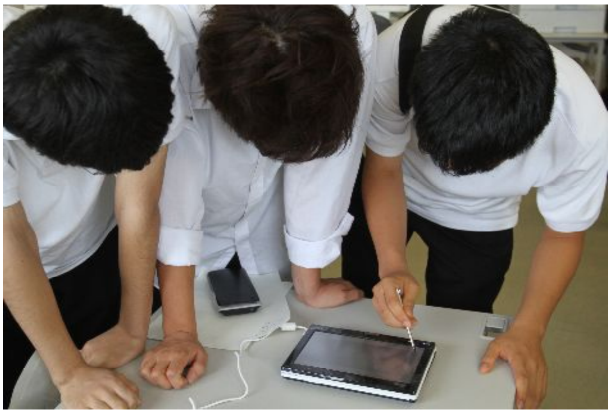
▲図26　中央モニターを見て同じ操作を

▲図27　相談しながらワイワイと

グラフ電卓などは，それこそ人数分の台数があれば教室でこそ使いたいところである．ただし，操作説明に関してはやはり「中央モニター」的なものが必要であると感じた．

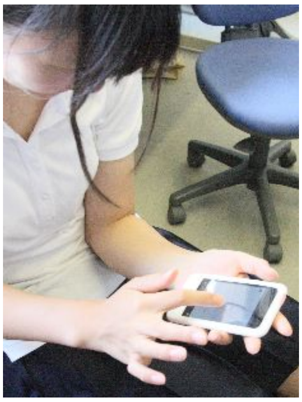
そしてさらにケーススタディの一貫して，タッチパネル式のＰＣを用いて「Cabri Geometry II Plus 1.4」を生徒たちに操作してもらった．機種は，ASUS社の，「Eee PC T91MT」であり，OSはWindoed7である．

▲図28　指でカブリを動かしてみる！！



▲図29　指より付属のペンを使ってカブリを！！

彼らの感想からは「iPadのような指を２本使って拡大する画面であればそうとう使いやすいのでは」というものが多かった．やはり「iPad(2を含む)」や「iPod touch」を数学の授業に使えないか，特に図形に関してのアプリを中心に今後もさらに研究し続けたい．



▲図30（左）iPadをワイワイと．（右）iPod touch

７．今回の発表のまとめとして

「触ったものの反応がある」ということは楽しいことである．紙面の都合もあり，今回ひたすら実践記録を載せる形となってしまった．そして，生徒たちの顔の表情の写真を載せることはできないが，後ろ姿からもその楽しそうな雰囲気を読み取っていただけば幸いである．自分自身，新学習指導要領での「数学的活動」をどうとらえるか，またPISA調査の話を持ち出すまでもなく，このままでは「数学で学ぶ内容に興味があると回答した生徒の割合」は，ずっと国際平均値より低いままであろうし，ますます数学の「面白さ」「不思議さ」「美しさ」といったものを感じさせる場面は，ほとんど無くなってしまうのではないかと危惧している．自分自身，さらに，黒板とチョークのみの授業から脱却し「現物」や「テクノロジー」などから「生徒たち自ら乗ってくる授業」を今後も模索していきたい．

参考文献

◆垣花京子(2007),「ITの活用で数学教育は変わるか? ～動的図形学習ソフトCabri-Geometryの実践研究から～」科学教育研究 31(1), pp.62-63日本科学教育学会

◆吉田明史(2009),「高等学校の数学教育に求められるもの」. 日本数学教育学会誌. 第91巻 第7号 p.19

◆前田正男・池田敏和・藤原大樹・鈴木誠・橋本吉貴・小山直人・石谷優行・小原美枝・馬場裕・橋本吉彦(2010),「中・高等学校数学科における図形についての美しさを感得する教材開発」. 横浜国立大学教育人間科学部紀要Ⅰ(教育科学)No. 12　pp.135-154

◆池田敏和・馬場裕・橋本吉彦・岩立　忠・藤原大樹・石谷優行・橋本吉貴・峰野宏祐・東谷洵・五十嵐潤・前田正男(2011),「算数・数学科における図形についての美しさを感得させる教材開発とその指導」. 横浜国立大学教育人間科学部紀要Ⅰ(教育科学)No.13　pp.17-39

尚，本研究は，平成２２年度科学研究費補助金(奨励研究,研究課題番号22909005)及び平成２３年度科学研究費補助金(奨励研究,研究課題番号23909003)の研究助成を受けて進められている．

E-Mail masayuki@ishitani.com

Webサイト http://www.ishitani.com

2010．11．4(木)の4校時にて　実際はA4サイズプリント　**資料1**

25HR（　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　　　）

1．自分でx軸、y軸、z軸を描いて
点(1，2，3)を打ってみてください。

2．自分でx軸、y軸、z軸を描いて
「yz平面」をよくわかるように
描いてみてください。

3．自分でx軸、y軸、z軸を描いて
平面「z＝1」を描いてみてください。

4．自分でx軸、y軸、z軸を描いて
平面「x＝1」を描いてみてください。

5．点(1，2，3)に対して、
xy平面に関して対称な点は？

6．点(1，2，3)に対して、
zx平面に関して対称な点は？

7．ある点のyz平面に対しての、
対称な点は点(-1，-2，-3)となる。
もとの点は？

8．ある点のxy平面に対しての、
対称な点は点(-1，-2，-3)となる。
もとの点は？

9．点(3,4,5)を通り、xy平面に平行な
平面の方程式は？

10．点(3,4,5)を通り、xy平面に垂直な
平面の方程式は？

プリントの裏へ、
自分でx軸、y軸、z軸を描いて、どこでも良いのでひとつ点を打ってください。その点をPとします。原点Oから「ベクトルOP」を描き、OP上に「OP＝3GP」となるように点Gをとってみてください。

久しぶりのCAI教室授業　実際はA4サイズプリント　**資料2**

25HR（　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　　　）

1．「ファイル」→「サンプルを開く」→「101104-1.gp3」をダブルクリック。

「a」「b」「c」の値を、いろいろと変えてみよう。

「xy平面」「yz平面」「zx平面」の3つがありますが、

「a」を変えると何平面が動きますか？

「b」を変えると何平面が動きますか？

「c」を変えると何平面が動きますか？

2．「ファイル」→「サンプルを開く」→「101104-2.gp3」をダブルクリック。

「a」「b」「c」の値を、いろいろと変えてみよう。
他のものは、さわらないでください。
点Pの位置が、いろいろと変わりますが、

「a」は、何座標を動かすものでしょうか？

「b」は、何座標を動かすものでしょうか？

「c」は、何座標を動かすものでしょうか？

そして、画面右側の一番上「曲面」というところの
「K(yz平面)」「M(zx平面)」「N(xy平面)」を、ひとつずつ押してみましょう。

3．「ファイル」→「サンプルを開く」→「101104-3.gp3」をダブルクリック。

「a」「b」「c」の動きは、分かりますね。
今度は、「p」「q」「r」を、動かしてみましょう。
そう、平行六面体の動きです。

4．「ファイル」→「サンプルを開く」→「101104-4.gp3」をダブルクリック。

ベクトルOPが、△QRSに、刺さっているのがわかりますか？
「a」「b」「c」「p」「q」「r」を、自由に動かしてみましょう。
この刺さっている点(三角形とベクトルの交点)は、どんな点だと思いますか？

5．「ファイル」→「サンプルを開く」→「101104-5.gp3」をダブルクリック。

△QRSの辺QRの中点をTとして、向かい側のSと結びました。
△QRSの辺RSの中点をUとして、向かい側のQと結びました。
△QRSの辺SQの中点をVとして、向かい側のRと結びました。

「a」「b」「c」「p」「q」「r」を、自由に動かしてみましょう。
何か、気づきましたか？

6．「ファイル」→「サンプルを開く」→「101104-6.gp3」をダブルクリック。

そう、この点は、△QRSの重心だったのです。

そして、おもしろいことに、「OPの長さ」と「GPの長さ」に注目してみてください。
そう、これが、教科書P．99の例題12なのです。